

# AZ31 鎂合金超塑性組成律及 吹製成型之 FEM 模擬

曾世聰\* 胡宣德\*\*

## 摘要

在顧及環保與降低能源消耗的產業中，鎂合金迷人的低比重、高比強度(強度/重量)、高比勁度(勁度/重量)、高阻尼、優良的鑄造性能之特性，使它具有相當不錯的應用前景。其先天低溫脆性的問題可利用溫度提高及控制拉伸速度予以克服，使AZ31鎂合金具超塑性性能，此性能結合製程技術將有益於工業化生產、應用。但在此之前，一個實用的材料組成律配合以固體力學理論基礎完整的模擬其巨觀的應力-應變歷程有其必要性。本文以曲線擬合的方法，分析AZ31B-H24鎂合金材料在400°C溫度下，拉伸應變率區間 $\dot{\epsilon} = 2 \times 10^{-5} \sim 1 \times 10^{-2} (s^{-1})$ 之單軸試驗應力-應變關係曲線，找出一個以應變、應變率為函數的應力流方程式之組成律模型，並將此模型摻入有限元素法(FEM)建構一合理的數值分析模式，模擬上述的單軸拉伸試驗，先行驗證組成律之可

靠性後；再以此FEM分析模式模擬此材料吹製成型之雙軸拉伸變形試驗，驗證其對超塑性成型數值分析之實用性。分析結果顯示，不論是單軸拉伸試驗驗證，抑或是吹製成型試驗模擬，FEM數值分析與二種試驗的結果都具有相當不錯的吻合性，顯示出本文所提出的組成律公式及FEM數值分析模式具備相當的可靠性及實用性，可作為日後不論在應用數值分析或解析理論的研究，抑或供予超塑性成型工業針對製程改良、力學分析、破壞預測等，提供一個實用的參考。

## 一、前言

鎂最迷人的特點是其具有金屬結構材料中最低的比重(1.738g/cm<sup>3</sup>)，此大約是鋁比重(2.7g/cm<sup>3</sup>)的2/3、及鋼鐵比重(7.87g/cm<sup>3</sup>)的1/4 [1]。在交通工具利用降低製造元件的重量來減輕CO<sub>2</sub>排放跟節省燃料的考量下，鎂合金應用於汽車、飛機的元件有漸增的趨勢[2]。鎂合金

\* 國立成功大學土木系 博士生

\*\* 國立成功大學土木系 教授

具有高比強度(強度/重量)、高比勁度(勁度/重量)、高阻尼、優良的鑄造性能、尺寸穩定性、及高回收性之優點，且隨著近年來合金及鍍層技術的發展改善了鎂的高溫潛變及對腐蝕環境的抵抗性能，使得鎂合金在汽車、飛行器、營建材料、3C(電腦、通訊、消費性電子)產品等領域扮演越來越重要的角色[3; 4; 5]。

由於鎂金屬先天之六方最密堆積晶格構造，致使其在室溫下所具的滑移系統有限，造成其室溫下的延展性受限，這缺點大大的限制了鎂合金的製造性能及應用範圍。要改善此一缺點，有賴高溫環境下驅動更多的滑移系統，再配合適當的晶粒細化、及控制變形的拉伸速度等條件有效的增加延展性[6]。AZ31 鎂合金在 200-450°C 間、配合適當的應變率拉伸速度下，已被證實具有相當不錯的超塑性性能[7]，故在實際應用上，AZ31 鎂合金是目前商業化應用相當普遍的變形鎂合金[8; 9; 10]。鎂合金製造應用產品的方式，傳統多是採用壓鑄工法，另外，相對壓鑄法而言，利用鎂合金的超塑性能所發展的成型製程，常見的包含擠壓(extrusion)、軋制(rolling of sheet and plate)、鍛造(forging)、衝壓(stamping)、和吹製(blowing)工法[3]。超塑性成型製程具有一次成型複雜形狀的薄版元件之優點，即所謂的近淨成型工法(near-net-shape forming process)，比起利用很多部件及扣件來組裝結構元件的方法，可節省 50%的費用，且近淨成型工法的樣品製造具有尺寸精度高之優點。然而，利用材料超塑性能的工藝來生產產品，大多仰賴經驗式的試誤法來評估製程中溫度、壓力之參數及決定工法之順序，除了沒有一個系統性的評估準則外，效率亦顯不足[11]，因此，如何使用更有效的方法來建立最佳化的成型參數，降低前期試誤法的測試時間，並維持產品的完整性是一個製造重點。而有限元素法(FEM)，由於

它的普遍性，在超塑性製程的應用分析上，已發展成為一個最有效的模擬評估工具。

然而，任何有限元素力學模擬分析要具可靠性，一個關鍵性的工作就是需發展對材料行為可精確描述的組成律模型，材料的塑性行為可以用各種尺度的觀點來研究及描述，但在工業成型的應用範疇，用巨觀的觀點來描述變形的行為是比較恰當的。文獻中用來建構AZ31 高溫超塑性組成律之方式大致可分為二大類[12]：

第一類是以微觀結構觀點為基礎所建置的組成律，即透過晶體學(crystallography)的角度，利用晶格(lattice)、滑移(slip)與孿晶(twin)系統、差排(dislocation)、晶界滑動(grain boundary sliding)、原子遷移擴散(diffusion)、孔隙(porosity)、第二相(second phase)影響...等微觀的變形機制來描述組成律的方法，例如：利用「黏塑性自洽模型」(*VPSC, viscoplastic self-consistent model*)、或「率無關晶體塑性模型」(*RICP, rate independent crystal plasticity model*)所描述的組成律。這類觀點所發展的組成律模型大多適用於微觀晶體問題的模擬，因為巨觀問題中，材料由製備程序開始，一直到製成產品期間，每一步利用熱、力控制來達到我們所要的產品特性及形狀，每一步所引發的材料微結構反應皆不盡相同，這些反應會被材料記憶並影響下一步至最後成品的功能表現，因此，若將這類組成律模型使用在巨觀問題的分析，需模擬每一步微結構變化的龐大資訊，所耗費的時間相當不敷效益。

第二類則是以巨觀結構觀點為基礎所發展的組成律模型，這類模型通常由一個狀態方程式(state equation)，及一些參數演化方程式(evolution equations)所組成。狀態方程式是用以連結應變率( $\dot{\epsilon}$ )、應力( $\sigma$ )、溫度( $T$ )、及狀態參數(state variables,  $X_i$ ) 的函數，可用下列通式表示：

$$\sigma = \sigma(\dot{\epsilon}, T, X_i) \quad (1)$$

參數演化方程式是將材料微結構變化對變形的影響整合在一些主要狀態參數的演化法則 (evolution rules) 中，來表示其巨觀的整體表現，可用如下通式表示：

$$\dot{X}_i = \dot{X}_i(\dot{\epsilon}, T, X_k) \quad (2)$$

因此，第二類以巨觀結構觀點為基礎所發展的組成律模型，比較適合使用於材料設計、應用分析、或欲對材料塑性基本性質瞭解、或推論材料參數公式化...等巨觀問題的分析上，此類型的組成律，依照力學理論的不同，大致上又可分成二種：

**第一種：**『黏塑性材料模型』，此係以黏塑性力學理論 (continuum mechanics of viscoplasticity) 所建構的組成律模型，典型的通式如：

$$\dot{\epsilon} = B\sigma^n \quad (3)$$

其中係數 B 是影響材料變形行為之相關參數 (ex: 晶粒成長、孔隙率變化...) 演化法則的集合，相關文獻例如：El-Morsy *et al.* [13]，Liew *et al.* [14]，Lin [15]，Nazzal *et al.* [16]，Tao and Keavey [17]，Abu-Farha *et al.* [18]。然而，此種黏塑性材料組成律模型 (方程式 (3))，通常表示為 ( $\sigma$  vs.  $\dot{\epsilon}$ ) 之關係，最大的缺點是它很難與材料單軸試驗的完整應力-應變關係曲線 ( $\sigma$  vs.  $\epsilon$ ) 之關係吻合良好，原因是這種組成律模型是針對材料之雙對數座標 [ $\log \sigma$  vs. ( $\log \dot{\epsilon}$ )] 下的 S 型關係曲線之第 II 區 (晶界滑動 (grain boundary sliding) 機制主導區、為材料產生超塑性的主要變形機制區) 所建構得到的狀態方程式；然而，單軸試驗的「完整應力-應變關係」卻是包含第 I、II、III 全區的所有變形歷程 (線彈性、塑性拉伸、應變硬化、應變軟化至破壞) 之集合。

**第二種：**『彈塑性 (或剛塑性) 材料模型』，此係以塑性力學理論 (continuum mechanics of plasticity) 所建構的組成律模型，所用的材料組成律之狀態方程式是直接針對應力流曲線 (flow stress curve) 所做的數學描述 (即應力流

方程式)，這類方法大部分使用單軸拉力或壓力試驗的應力-應變曲線資料，設計組成律的應力流方程式中主要參數 (應變、應變率、溫度、活化能、應變硬化指數及應變率指數等巨觀參數) 的影響量化實驗，並輔以回歸分析轉化成數學演化法則，然後直接反映在組成律的應力-應變趨勢上。此方法直接以應力流曲線的應力-應變關係來建構組成律，相對比較容易掌握應力流的變化趨勢，相關文獻如：Palaniswamy *et al.* [19]，Peng *et al.* [20]，Liang *et al.* [21]，Yang *et al.* [7]，但上述這些文獻並未於 FEM 中先作單軸試驗的模擬驗證，以證實其發展的組成律模型與實驗曲線的吻合性良好及數值分析模式之可靠性。FEM 對單軸試驗的驗證分析有其必要性，因其檢驗了整體數值模式的合理性，包含：使用何種材料模型的力學理論基礎、材料組成律、及幾何、邊界、載重條件、元素分佈狀況...等設定的合理性，FEM 驗證結果也可提供後續應用分析之有力參考，故不可或缺。再者，某些以彈 (剛) 塑性材料模型的 FEM 應用分析文獻，例如：Huang *et al.* [22]，Chen *et al.* [23]，Zeng and Chen [24]，這些文獻只取「一條」固定應變率或固定速率拉伸的實驗應力-應變曲線當作超塑性材料的組成律；另外，Kim *et al.* [25]，Choi *et al.* [26]，Nguyen *et al.* [27]，這些文獻所使用的應力流方程式組成律模型並未考慮應變率參數對應力流的影響，即公式中的參數不會隨著不同應變率而調整其值，使用如此的組成律進行 FEM 應用分析，完全忽略了超塑性材料與非超塑性材料的最主要不同重要特徵：超塑性材料在不同應變率拉伸速度下 (或不同溫度下)，所得到的應力-應變關係曲線是不同的，而且差異明顯。因此，超塑性材料的 FEM 數值分析應該隨著不同的應變率 (或溫度) 要有不同的應力-應變關係資料在同一個材料組成律模型中，如此才能完全顯示出不同應變率 (或溫度) 下的材料行為。

以第一種『黏塑性材料模型』進行數值分析，由於它是直接以 $\dot{\epsilon} = B\sigma^n$ 的形式導入 FEM 中運算，公式中的參數直接以應變率為函數，具有可隨應變率不同而變化之優點(溫度之參數也反應於 B 內)，所以直接定義了不同應變率(或溫度)下的不同應力-應變關係，但如前所述，它卻有無法吻合單軸應力-應變曲線之不足。第二種『彈塑性材料模型』雖對應力-應變關係吻合性強，但眾多 FEM 分析文獻卻未採用因應變率而異的應力-應變關係於組成律模型中，或 FEM 分析模式未與單軸試驗先行驗證可靠性後再進行應用分析。因此，如何結合二種材料模型的優點，並發展一個可以吻合 AZ31B-H24 鎂合金高溫超塑性行為：「於不同應變率拉伸條件下具不同應力-應變關係」之組成律模型，作為業界或學者後續此類材料應用分析之參考，為本文之宗旨。

綜此，本文以巨觀結構觀點為基礎，針對 Abu-Farha and Khraisheh[8]對 AZ31B-H24 鎂合金材料所做的單軸拉伸試驗資料，利用曲線擬合(curve fitting)的方法，建立該材料在 400°C 溫度下、應變率 $\dot{\epsilon} = 2 \times 10^{-5} \sim 1 \times 10^{-2} (s^{-1})$ 範圍的應力流方程式之組成律數學模型。並將此組成律模型摻入本文所發展的 FEM 分析模式，以 3-D 彈-塑性力學理論來運算材料的塑性流力學演化行為，模擬該單軸拉伸試驗，先驗證其可靠性後；本文接續以此 FEM 分析模式對該材料的吹製成型試驗做數值模擬，比對實驗及 FEM 分析結果，驗證其對超塑性成型模擬的實用性。本文期望建立一個可行的 AZ31B-H24 鎂合金材料組成律數學模型，希望作為日後 AZ31B-H24 鎂合金不論在應用數值分析或解析理論的研究，抑或供予超塑性成型工業針對製程改良、力學分析、破壞預測等，提供一個實用的參考。

## 二、材料組成律

本文取 Abu-Farha and Khraisheh[8; 28] 之 AZ31B-H24 鎂合金單軸拉伸試驗 (uniaxial tensile experiment)所得到的應力-應變關係曲線作為建構材料組成律的基本資料，該拉伸試驗所採用的設備為 INSTRON 5582 萬能試驗機，此試驗機具備最高溫 610°C，溫度維持誤差為 $\pm 1$  °C 的加溫設備；及最小 5 KN 單位的加載能力，進行載重之施加、量測。試驗材料為市售的 AZ31B-H24 鎂合金版材，厚度 3.22 mm、平均初始晶粒尺寸 5  $\mu m$ ，用它來準備拉力試驗所需的啞鈴型試體(dumbbell-shaped test specimen)，若不考慮啞鈴型試體二邊的夾具區域，則試體中間的量測長度(gauge length、初始長度)為 19.05 mm，且中間量測長度區域內的橫斷面為均勻的矩形斷面，尺寸為 6.35 mm  $\times$  3.22 mm。最後，試體加熱至 325-500°C，增量為 25 °C 的溫度下，進行固定應變率的單軸拉伸試驗，每一個溫度下以不同的固定應變率之方式進行單軸拉伸至破壞才停止。「應變率 ( $\dot{\epsilon}$ )」定義為單位時間的應變量： $\dot{\epsilon} = \epsilon/\Delta t = \Delta l/(L \cdot \Delta t) = V/L, V = \Delta l/\Delta t$ ，而固定應變率之單軸拉伸係指試驗時需隨時考慮材料當時的變形總長度(L)，並調整拉伸速度(V)以維持相同的應變率之拉伸狀態，故拉伸的速度為初始長度與應變率的函數，可由數學方法事先算出(後詳述於第 4 節)，並將此拉伸速度事先設定於試驗機上作自動控制，該實驗所控制的固定應變率之涵蓋範圍為 $\dot{\epsilon} = 2 \times 10^{-5} \sim 1 \times 10^{-2} (s^{-1})$ 區間，此範圍再細分成九個值施行之，圖 1 即該實驗在 400 °C 下，對 AZ31B-H24 鎂合金以九種不同固定應變率拉伸的「真實應力 vs. 真實應變」實驗曲線，文獻[29]表示 400 °C 為 AZ31 鎂合金材料具最佳超塑性成型的溫度，故本文以此應力-應變曲線資料來建立 AZ31B-H24 鎂合金材料的組成律公式。

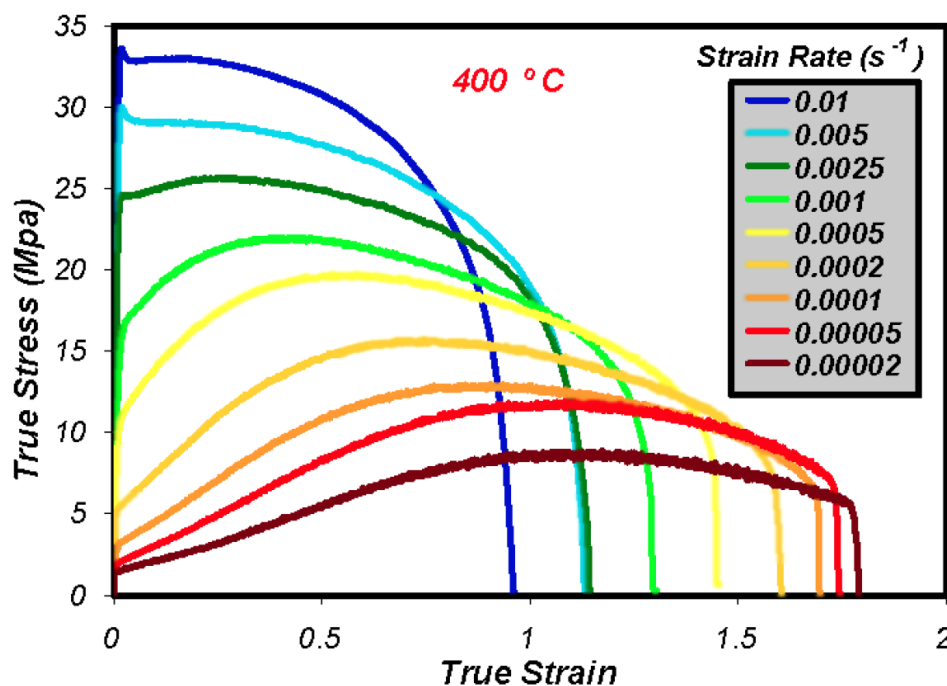


圖 1 AZ31B-H24 鎂合金在 400 °C 下，以不同固定應變率拉伸的單軸試驗應力-應變關係 (摘自 Abu-Farha *et al.*[28])

圖 1 是 400 °C 下的實驗資料，很明顯的，如果摒除溫度對應力流的影響，其影響應力流的二個最主要的巨觀因素為應變與應變率，由該圖顯示，在相同的應變下，隨著應變率增大 (即拉伸速度越快)，材料內所承受的應力值越大；且應變率越大，材料極限破壞應變越小，即延展性越低，脆性特徵越明顯；且各個不同應變率的曲線分別呈現不同程度的應變硬化或軟化現象。本文以曲線擬合方法，分析圖 1 的九條實驗應力-應變關係曲線，企圖找出以應變、應變率為函數的應力流方程式之組成律模型，希望此模型之可行範圍可涵蓋實驗  $\dot{\epsilon} = 2 \times 10^{-5} \sim 1 \times 10^{-2} (s^{-1})$  區間，及經 FEM 驗證分析後希望其結果可與實驗的九條應力-應變曲線吻合良好，具備合理的可靠性。最後，本文所得到的應力流方程組成律公式如下所示：

$$\ln \sigma = \ln [(\sigma_{y0})|_{\dot{\epsilon}_i}] + A\dot{\epsilon}^B + C\dot{\epsilon}^{0.5} \quad (4)$$

其中， $\sigma$ 、 $\epsilon$  分別代表真實應力和真實應變，

$\ln \sigma$  是  $\sigma$  的自然對數值。 $(\sigma_{y0})|_{\dot{\epsilon}_i}$  是每一種不同  $\dot{\epsilon}$  (固定應變率) 拉伸試驗所得到的初始降伏強度值，即圖 1 中各條曲線在  $\sigma$  軸的截距值。另外，由曲線擬合過程所得到的  $A(\dot{\epsilon})$ 、 $B(\dot{\epsilon})$ 、 $C(\dot{\epsilon})$  這三個參數，都分別是應變率的函數，可表示如下：

$$\begin{aligned} A(\dot{\epsilon}) &= a_1 + a_2 \dot{\epsilon} \ln \dot{\epsilon} + a_3 e^{\dot{\epsilon}} \\ &= 717.24 - 149.13 \dot{\epsilon} \ln \dot{\epsilon} - 718.10 e^{\dot{\epsilon}} \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} B(\dot{\epsilon}) &= \frac{b_1 + b_2 \dot{\epsilon}^2}{1 + b_3 \dot{\epsilon}^2} \\ &= \frac{1.825 + 852942.66 \dot{\epsilon}^2}{1 + 162660.80 \dot{\epsilon}^2} \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} C(\dot{\epsilon}) &= c_1 + c_2 \dot{\epsilon}^{0.5} + c_3 / \ln \dot{\epsilon} + c_4 / \dot{\epsilon}^{1.5} \\ &= 14.59 + 120.57 \dot{\epsilon}^{0.5} + 122.82 / \ln \dot{\epsilon} - \\ &\quad (3.857 \times 10^{-8}) / \dot{\epsilon}^{1.5} \end{aligned} \quad (7)$$

其中， $\ln \dot{\epsilon}$  是  $\dot{\epsilon}$  的自然對數值。 $e^{\dot{\epsilon}}$  是指數函數  $e$  的  $\dot{\epsilon}$  次方。

方程式(4)即本文所建立的 AZ31B-H24

鎂合金材料組成律公式，每一組 $(\varepsilon, \dot{\varepsilon})$ 可得到一個 $\sigma$ 值的唯一解，此公式適用於 400°C 溫度下、 $\dot{\varepsilon} = 2 \times 10^{-5} \sim 1 \times 10^{-2} \text{ (s}^{-1}\text{)}$  區間，最大 $(\sigma_{max}, \varepsilon_{max})$ 值分別不超過實驗的(33.6 Mpa, 1.79)之範圍。後續(第四節)本文將方程式(4)摻入 FEM 建構一個數值分析模式，驗證此組成律之可靠性。

### 三、彈-塑性力學理論之應力增量-應變增量關係

由滾壓軋制工法(rolling process)所製造的 AZ31B-H24 鎂合金版材，在室溫下，其滾壓方向(RD, rolling direction)與橫向方向(TD, transverse direction, 與RD呈90°)存在著室溫非均向性的性質，但隨著溫度提高，此非均向性越來越式微，直至250 °C以上，該非均向性完全不復見[30]。本文 FEM 分析案例皆為 AZ31B-H24 鎂合金 400 °C 下的試驗模擬，故分析時假設材料為均質、均向性，材料進入塑性後的應力增量-應變增量之關係以彈-塑性理論，結合 von Mises 諧和流法則及均向性硬化準則來運算材料的塑性流演化行為，以下便簡述此工作硬化(work hardening)彈-塑性力學理論的相關方程式[31]。

在彈-塑性的材料數值模型中，全部的應變增量可表示為彈性應變增量及塑性應變增量的和

$$d\varepsilon_{ij} = d\varepsilon_{ij}^e + d\varepsilon_{ij}^p \quad (8)$$

而彈性應力增量-應變增量之關係以廣義的虎克定律表示如下

$$d\sigma_{ij} = C_{ijkl} d\varepsilon_{kl}^e \quad (9)$$

$C_{ijkl}$  為彈性模數張量，對於均向性的線彈性材料而言， $C_{ijkl}$  可用剪力模數  $G$  及柏松比  $\nu$  表示如下

$$C_{ijkl} = 2G(\delta_{ik}\delta_{jl} + \frac{\nu}{1-2\nu} \delta_{ij}\delta_{kl}) \quad (10)$$

再者，塑性應變增量可表示為

$$d\varepsilon_{ij}^p = d\lambda \frac{\partial g}{\partial \sigma_{ij}} \quad (11)$$

$d\lambda$  為正定的純量函數，在彈性範圍內，其值為零；但當材料發生塑性變形時，其值不為零。 $g = g(\sigma_{ij}, \varepsilon_{ij}^p, k)$  為塑性勢能函數，當塑性勢能函數與降伏函數一致  $f = g$  時，即可稱之為諧和流法則，此時塑性應變增量可表示如下

$$d\varepsilon_{ij}^p = d\lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \quad (12)$$

其中，降伏函數  $f$  定義了一個材料在組合應力下的彈性極限，其一般式如下

$$f(\sigma_{ij}, \varepsilon_{ij}^p, k) = F(\sigma_{ij}, \varepsilon_{ij}^p) - k^2(\varepsilon_p) = 0 \quad (13)$$

$k$  是硬化參數，代表降伏面的大小，為有效應變  $\varepsilon_p$  的函數； $\varepsilon_p$  與塑性應變的歷程有關，因此，硬化參數  $k$  會隨著材料當時的應力狀態而有所不同。

函數  $F(\sigma_{ij}, \varepsilon_{ij}^p)$  則定義了降伏面的形狀，本文假設材料為均向性，採用均向性硬化準則結合 von Mises 降伏函數，故

$$F(\sigma_{ij}, \varepsilon_{ij}^p) = J_2 \quad (14)$$

$J_2$  為應力偏差張量不變量 (the invariants of the stress deviator tensor)

$$J_2 = \frac{1}{2} s_{ij} s_{ij} \quad (15)$$

$$\Rightarrow f(\sigma_{ij}, \varepsilon_{ij}^p, k) = \frac{1}{2} s_{ij} s_{ij} - k^2(\varepsilon_p) = 0 \quad (16)$$

$s_{ij}$  為應力偏差張量 (the stress deviator tensor)，定義為

$$s_{ij} = \sigma_{ij} - \frac{1}{3} \sigma_{kk} \delta_{ij} \quad (17)$$

為了塑性力學理論的實際應用，必須將硬化參數與實驗的單軸應力-應變曲線相關連，以便將複雜的三軸應力-應變關係對應於等效單軸應力-應變關係，故另定義有效應力  $\sigma_e$ 、及有效應變  $\varepsilon_p$  參數。有效應力可由  $F(\sigma_{ij}) = C\sigma_e^n$  求得。而對 von Mises 材料，可結合方程式(14)，得下式

$$J_2 = C\sigma_e^n \quad (18)$$

對單軸試驗而言， $\sigma_e = \sigma_1$  and  $\sigma_2 = \sigma_3 = 0$ ，可得  $n = 2$ ， $C = \frac{1}{3}$ ，因此

$$\sigma_e = \sqrt{3J_2} = \sqrt{\frac{3}{2}S_{ij}S_{ij}} \quad (19)$$

若將  $\sigma_e$  當硬化參數導入方程式(16)，則均向性硬化的 von Mises 材料，其降伏函數之形式可表示如下

$$f(\sigma_{ij}, \varepsilon_{ij}^p, k) = \frac{3}{2}S_{ij}S_{ij} - \sigma_e^2(\varepsilon_p) = 0 \quad (20)$$

代入諧和流法則， $g = f$ ，則可得  $f$  和  $g$  的導函數

$$\frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} = \frac{\partial g}{\partial \sigma_{ij}} = 3S_{ij} \quad (21)$$

另外，由方程式(12)之流動法則(flow rule)

$$d\varepsilon_{ij}^p = d\lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}}$$

其中， $d\lambda$  為一個純量函數，它可由一致性條件  $df = 0$  解得

$$d\lambda = \frac{1}{h} \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} C_{ijkl} d\varepsilon_{kl} = \frac{1}{h} H_{kl} d\varepsilon_{kl} \quad (22)$$

$$\text{其中 } h = 4(3G + H_p)\sigma_e^2 \quad (23)$$

$H_{kl}$  為關聯於降伏函數  $f$  的二階張量，定義為

$$H_{kl} = \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} C_{ijkl} = 6GS_{kl} \quad (24)$$

$H_p$  稱為塑性模數(plastic modulus)，與降伏(或載重)面的膨脹率有關，定義為：在當前的有效應力( $\sigma_e$ )下，其有效應力-有效塑性應變曲線的斜率

$$H_p = \frac{d\sigma_e}{d\varepsilon_p} \quad (25)$$

而針對  $F(J_2, J_3)$  型態之壓力不相關材料，例如：von Mises 材料等。有效塑性應變增量定義為

$$d\varepsilon_p = \sqrt{\frac{2}{3}d\varepsilon_{ij}^p d\varepsilon_{ij}^p} \quad (26)$$

而有效塑性應變  $\varepsilon_p$  為其軌跡歷程的紀錄

$$\varepsilon_p = \int d\varepsilon_p = \int \frac{d\sigma_e}{H_p(\sigma_e)} \quad (27)$$

因此，綜合上述，當材料進入塑性狀態時，其

應力增量-應變增量關係式可推導如下：

$$\begin{aligned} d\sigma_{ij} &= C_{ijkl} d\varepsilon_{kl}^e = C_{ijkl}(d\varepsilon_{kl} - d\varepsilon_{kl}^p) \\ &= C_{ijkl} \left( d\varepsilon_{kl} - d\lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma_{kl}} \right) \\ &= C_{ijkl} \left( d\varepsilon_{kl} - \frac{1}{h} \frac{\partial f}{\partial \sigma_{mn}} C_{mnst} \frac{\partial f}{\partial \sigma_{kl}} d\varepsilon_{st} \right) \\ &= C_{ijkl} \left( \delta_{sk} \delta_{tl} - \frac{1}{h} \frac{\partial f}{\partial \sigma_{mn}} C_{mnst} \frac{\partial f}{\partial \sigma_{kl}} \right) d\varepsilon_{st} \\ &= \left( C_{ijst} - \frac{1}{h} \frac{\partial f}{\partial \sigma_{mn}} C_{mnst} C_{ijkl} \frac{\partial f}{\partial \sigma_{kl}} \right) d\varepsilon_{st} \\ &= \left( C_{ijst} - \frac{1}{h} H_{st} H_{ij} \right) d\varepsilon_{st} \\ &\Rightarrow d\sigma_{ij} = C_{ijkl}^{ep} d\varepsilon_{kl} = (C_{ijkl} + C_{ijkl}^p) d\varepsilon_{kl} \\ &= \left( C_{ijkl} - \frac{1}{h} H_{ij} H_{kl} \right) d\varepsilon_{kl} \\ &= \left( C_{ijkl} - \frac{36G^2}{h} S_{ij} S_{kl} \right) d\varepsilon_{kl} \end{aligned} \quad (28)$$

$$C_{ijkl}^{ep} = C_{ijkl} + C_{ijkl}^p \quad (29)$$

其中

$$C_{ijkl}^p = -\frac{1}{h} H_{ij} H_{kl} = -\frac{36G^2}{h} S_{ij} S_{kl} \quad (30)$$

故本文以彈-塑性理論，結合 von Mises 諧和流法則及均向性硬化準則，模擬當材料受到外加負載後，材料模型之應力增量-應變增量關係的數值運算法則如下：

當  $f(\sigma_{ij}, \varepsilon_{ij}^p, k) = 0$ ，且  $\frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} C_{ijkl} d\varepsilon_{kl} > 0$  時，材料進入塑性流，關係如下：

$$d\sigma_{ij} = C_{ijkl}^{ep} d\varepsilon_{kl}$$

$C_{ijkl}^{ep}$  如方程式(28)、(29) 所示。

當  $f(\sigma_{ij}, \varepsilon_{ij}^p, k) < 0$ ；或  $f(\sigma_{ij}, \varepsilon_{ij}^p, k) = 0$ ，且  $\frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} C_{ijkl} d\varepsilon_{kl} \leq 0$  時，材料處於彈性狀態或中性載重狀態，關係如下：

$$d\sigma_{ij} = C_{ijkl} d\varepsilon_{kl}$$

$C_{ijkl}$  如方程式(10)所示。

## 四、組成律試驗之有限元素分析

### 驗證

#### 4.1 FEM 分析模型

本文以第3節的彈-塑性力學理論基礎，並採用有限元素法作為數值分析的研究方法，對第2節所提出的材料組成律先行驗證其可靠性，

方法是針對Abu-Farha and Khraisheh[8]所做的AZ31B-H24鎂合金材料400°C下的單軸拉伸試驗進行FEM模擬，比較實驗及數值分析的結果，證明本文所提出的組成律與實驗具備相當的吻合可靠性後；接續再以此FEM分析模式進一步模擬AZ31B-H24鎂合金材料的超塑性吹製成型實驗，更進一步驗證其實用性能。本文FEM數值模擬採用市售的有限元素分析軟體ABAQUS version 6.10進行分析運算。本文以第2節之曲線擬合方法，得到以應變、應變率為函數的應力流方程式之材料組成律模型：方程式(4)，將其導入ABAQUS內建的『降伏強度隨應變率變化之傳統金屬塑性模型(classical metal plasticity model with a strain-rate-dependent yield strength)』，此模型具備均向性硬化準則之選用功能，並以彈-塑性力學理論演算材料的應力增量-應變增量之關係，在該材料模型之設定中，可透過一個三行的表格輸入由方程式(4)所計算轉換得到的降伏應力、塑性應變、塑性應變率之值，每一列(降伏應力、塑性應變、塑性應變率)的資料代表一個點，當ABAQUS進行力學分析時，程式會以一連串的直接連接給定的資料點，並平滑的逼近材料的非線性應力-應變關係。

本文模擬組成律的單軸拉伸試驗，有限元素分析模型的幾何形狀、邊界條件、及元素分佈情形如圖2所示，FEM模擬取啞鈴型試體中間的量測部分進行分析，該部分亦是試體中用來定義應力-應變關係的地方，故圖2數值分析模型的幾何形狀為三維矩形柱，長 寬 高的尺寸分別為19.05 6.35 3.22 mm<sup>3</sup>，採用三維分析的優點是可完整的表現試體各部分的受力、變形的狀況。另外，圖2中對單軸拉伸試驗模擬之邊界條件的設定，詳述如下：ABCD

面上節點，設定x方向位移為0：U<sub>x</sub>=0；AB及EF線段上的節點，設定y方向位移為0：U<sub>y</sub>=0；及A和E兩節點，設定z方向位移為0：U<sub>z</sub>=0之邊界條件；另外，固定應變率拉伸的實驗條件需隨時考慮試體總長度而調整拉伸速度，隨著時間進行，試體的總長度也隨之越來越大，若每個時間點都必須維持相同的應變率拉伸，則EFGH面上節點的x方向均佈拉伸速度(V<sub>x</sub>)之值，也必須隨實驗時間而越來越大，且可計算得到如下[32]：

$$V_x = L_0 \dot{\epsilon} e^{\dot{\epsilon} t} \quad (31)$$

其中  $L_0=0.01905$  m 為試體量測區域的初始長度； $\dot{\epsilon}$ 為拉伸時的固定應變率，單位： $s^{-1}$ ； $e$ 為指數函數； $t$ 為實驗進行的時間，以秒(s)為單位。

本節單軸拉伸試驗模擬案例為均質、均向性材料，並在均勻斷面施加均佈速度的單軸拉伸問題，所以依固體力學原理，每個元素所產生的內應力均為相等的軸向拉應力、變形亦為相等的軸向拉應變，故網格分割上不需細化分割網格及施行收斂性分析，只需注意網格分割當符合一般FEM分析時，元素長徑比(aspect ratio)最大值4的限制，以避免數值計算上產生誤差，故圖2之FEM模型中[x:y:z]方向的元素數目比設定為[6:2:1]，每個元素大小皆相同、最大長徑比約為1.01；另外，此分析所採用的元素為ABAQUS內建的三維二階實體(連續)元素：C3D20元素，它比一階元素具較好的變形模擬精度，該元素具有20個節點，其中每個節點包含3個(x, y, z)方向平移的自由度；此分析用以求解非線性方程式的疊代工具以ABAQUS內建的完全Newton-Raphson疊代法求解之。



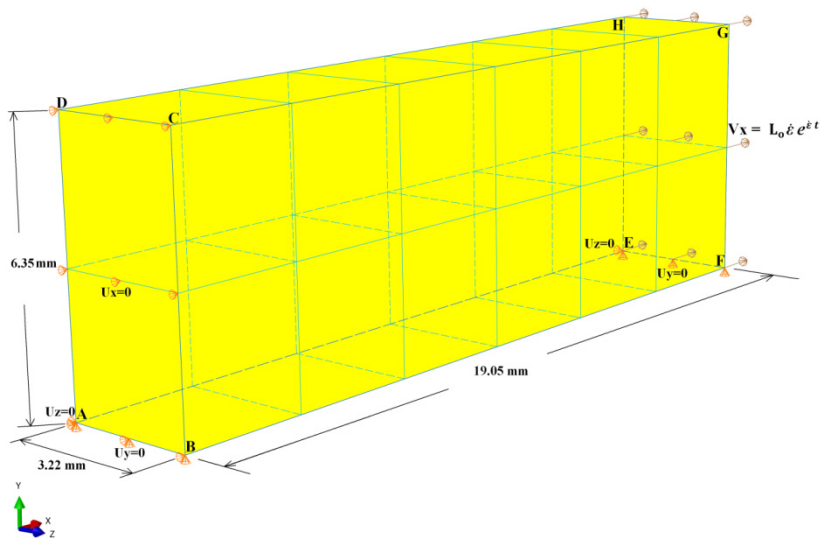


圖 2 FEM 模擬單軸拉伸試驗之幾何、邊界條件、及元素分佈狀況

#### 4.2 分析結果

圖3為FEM數值分析與試驗結果之「軸向真實應力vs.軸向真實應變」組成律關係比較圖。此圖中，各種不同顏色代表不同固定應變率拉伸之條件，較粗的實線代表實驗的結果，較細的實線則為有限元素分析(FEA)的結果，此圖顯示所有的實驗案例中，不論是較為脆性的拉伸應變率 $\dot{\epsilon} = 10^{-2}(\text{s}^{-1})$ 曲線直至超塑性效果顯

著的 $\dot{\epsilon} = 2 \times 10^{-5} (\text{s}^{-1})$  曲線，在各變形階段上：初始降伏、應變硬化拉伸、極限應力狀態、抑或應變軟化，直至極限應變狀態，比較FEA與實驗結果之應力-應變曲線，二者皆具有相當不錯的吻合性，此結果驗證了本文所提出的AZ31B-H24鎂合金材料組成律模型之可靠性，該模型具備模擬單軸試驗完整的變形歷程之能力。

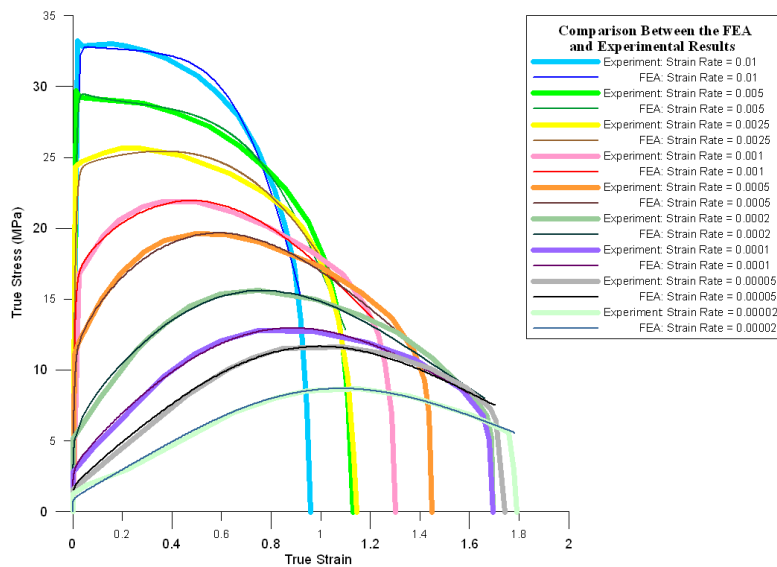


圖 3 單軸試驗與 FEM 分析結果之「軸向真實應力 vs.軸向真實應變」組成律關係比較圖

## 五、吹製成型試驗之有限元素模擬

### 5.1 FEM 分析模型

為進一步驗證第2節所提出的組成律模型之實用性，本文以上述的彈-塑性分析模式接續模擬Abu-Farha *et al.*[18]以此AZ31B-H24鎂合金材料所做的雙軸拉伸吹製成型試驗。吹製成型是近淨成型工法之一，是利用材料的超塑性性能之製程，其優點是可提高產品的製造效率，並兼顧產品尺寸精度之要求。本文欲模擬的吹製成型試驗之示意如圖4所示，試驗時中間放置一塊用來塑型的AZ31B-H24鎂合金圓形薄版材料，薄版圓心用來成型範圍之半徑為31.75 mm、整體厚度1 mm，圓形薄版成型範圍外的圓周區域是固定夾具區。試驗進行時設備先將溫度加熱到400°C並維持30分鐘以達溫度平衡後，由進氣閥輸入氬氣，並利用電子設備調控進氣的壓力，該實驗研究圖5之三種不同進氣壓力-時間(P-t)的載重作用下，圓形薄版受氣壓吹製變形，其成型時間(t)大約等於1800秒時，圓版中心點(圖6之A點)的吹脹高度(H)之值；及A點吹脹高度(H)大約達到31.75 mm之半球狀時，與成型時間(t)之關係。圖5之三種P-t關係是Abu-Farha *et al.*[18]根據不同理論假設所求得的數值解，並以A點的吹脹變形速度維持在 $\dot{\epsilon} = 5 \times 10^{-4}(\text{s}^{-1})$ 的情況下計算得到的：①.Dutta *et al.*[33]的P-t關係是假設材料為均向性，以von Mises降伏準則所計算得到的解析解；②.Banabic *et al.*[34]的P-t關係則假設材料為非均向性，以Hill降伏準則計算得到的解析解；③.Abu-Farha的P-t關係則是該作者自行發展的另一套組成律，以非牛頓流黏塑性理論模擬材料之變形反應，並以FEM分析，讓圓版中心點的吹脹變形速度大約維持在 $\dot{\epsilon} = 5 \times$

$10^{-4}(\text{s}^{-1})$ 的情況所建議的P-t關係。根據文獻[18]結果表示，若A點的吹脹變形速度真的維持在 $\dot{\epsilon} = 5 \times 10^{-4}(\text{s}^{-1})$ 時，理論上在t=1800秒時，A點的吹脹高度就應該達到31.75 mm；然而，實驗的結果顯示三種P-t載重下，A點的吹脹高度達到31.75 mm的時間都超過1800秒，因此研判三種P-t載重下，A點的吹脹變形速度在實驗進行時應該都是小於 $\dot{\epsilon} = 5 \times 10^{-4}(\text{s}^{-1})$ 之狀況，所以研判實際上整個圓版大部分區域的平均變形速度在三種P-t載重作用下，應該小於 $\dot{\epsilon} = 5 \times 10^{-4}(\text{s}^{-1})$ 甚多。

本文FEM模擬上述吹製成型試驗，分析模型的幾何形狀及邊界條件如圖6所示，此案例為一個雙軸對稱的力學問題，所以分析模型的幾何形狀只取1/4個圓版進行分析，圓版中間供予吹製成型之範圍(扇形ABC)及厚度依照實驗條件設定如下：扇形ABC之半徑r = 31.75 mm、厚度=1 mm；成型範圍(扇形ABC)上施加如圖5之三種不同均佈P-t載重之力邊界條件，以模擬實驗之氣壓力施加狀況。幾何邊界條件之設定，詳述如下：ADIF面上節點，設定x方向的對稱條件；AEJF面上節點，設定y方向的對稱條件；GHJI面上節點，設定固定的邊界條件，以模擬夾具之固定狀況。圖7為FEM分析模型的元素分佈情形，越靠近圓心之元素越密集，且亦以對稱性安排之(因為此1/4個圓版的幾何、邊界條件本質上亦是一個力學對稱問題)，分析模型共包含1152個C3D10M元素，C3D10M元素為ABAQUS內建的三維二階四面體實體元素，每個元素有10個節點，每個節點包含3個(x, y, z)方向平移的自由度；本分析以ABAQUS/Explicit顯式積分模組求解此動態非線性問題。

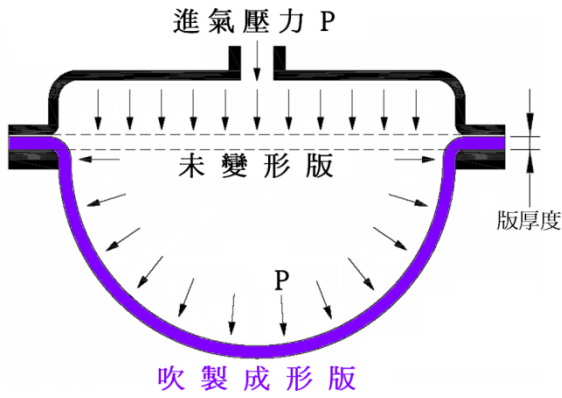


圖 4 吹製成型試驗示意圖 (改繪自 Abu-Farha *et al.*[18])

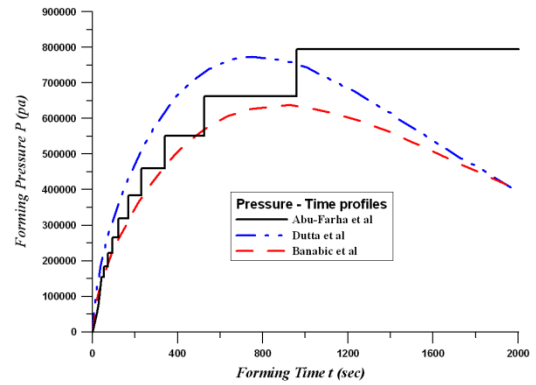


圖 5 吹製成型試驗之三種不同充氣壓力-時間(P-t)關係圖 (改繪自 Abu-Farha *et al.*[18])

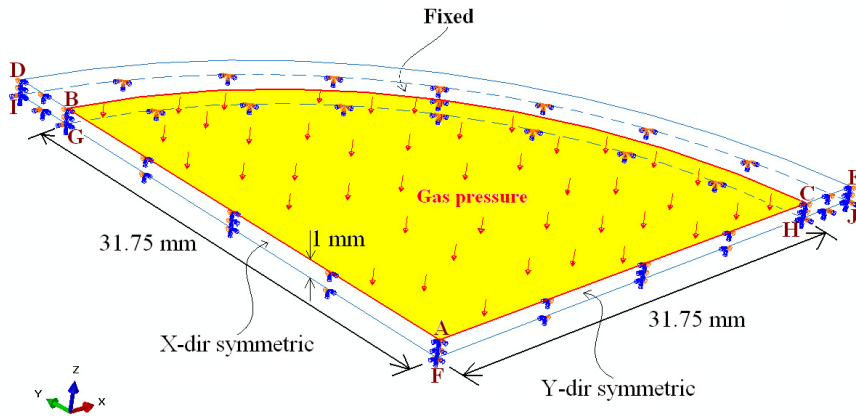


圖 6 FEM 模擬吹製成型試驗之幾何及邊界條件狀況

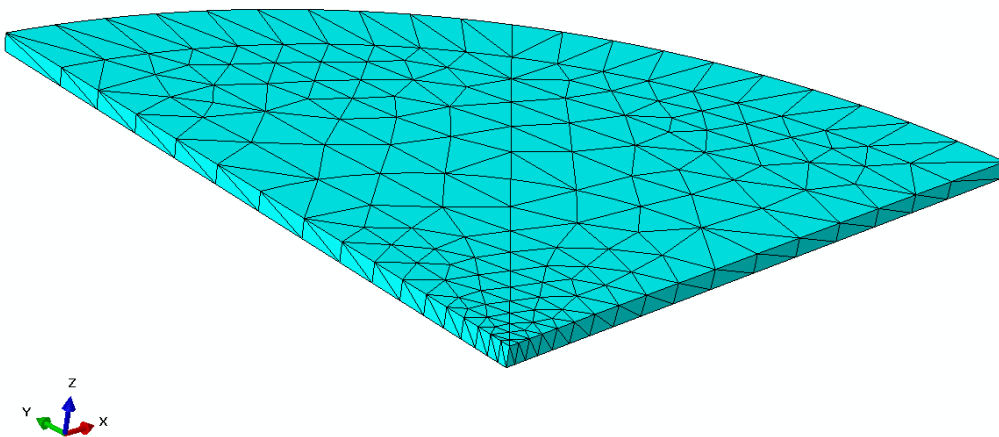


圖 7 FEM 模擬吹製成型試驗之元素分佈狀況

## 5.2 分析結果

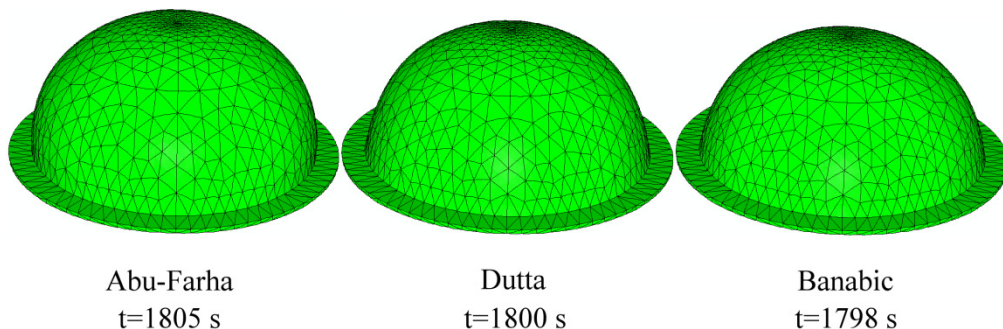
表 1 比較了 FEM 分析與實驗結果中，三種不同 P-t 載重作用下，圓版中心點的吹脹高度(H)與時間(t)之關係，由此表中可以看出，FEM 分析與實驗記錄的結果相當接近，誤差值皆在 1.2% 以下。另外，表 1 中灰色底色所表示的數據，是三種 P-t 載重作用在靠近 t=1800 秒時的結果，這些時間點相對應的實驗試體變形圖與 FEM 分析結果比較如圖 8 所示 (圖 8 係利用 ABAQUS 後處理之鏡射功能，讓分析模式中設定為對稱或反對稱邊界條件之另一半顯示出來，因此 1/4 個圓版的雙軸對稱問題利用此功能即可將整個圓版的對稱變形顯示出來)，由圖 8 結果可看出，在試體的變形形狀上，FEM 分析與實驗結果二者具有相當不錯的吻合性。圖 9 與圖 10 分別為三種 P-t 載重作用下，吹脹高度與時間(H-t)、吹脹高度與充氣壓力(H-P)之分析結果比較圖，圖上並以不同形狀的點標示出某些時刻之 H 值實驗記錄的結果，這二個圖中顯示 H 隨 t 而增大之趨勢，但三種 P-t 載重作用對 H 的影響並不顯著，研判這結

果應是因為在三種 P-t 載重作用下，整個圓版大部分區域的平均變形速度應小於  $\dot{\epsilon} = 5 \times 10^{-4}(\text{s}^{-1})$  甚多，且由圖 1 的材料應力-應變關係觀察到，若應變率越小  $\dot{\epsilon} \ll 5 \times 10^{-4}(\text{s}^{-1})$ ，材料組成律的應變硬化現象更不明顯，應力-應變關係曲線更趨向平緩的水平線，彼此間的差距也更小，所以導致三種 P-t 載重作用下對 H 值的影響不明顯。最後，圖 11 顯示出在 Banabic 的 P-t 加載條件下，FEM 各階段歷程的分析變形圖，即從 t=0 秒到 t=2151 秒，各不同分析階段的變形狀況及 von-Mises 應力狀態圖，圖中左邊彩色的桿件是表示不同範圍的 von-Mises 應力區間所代表的不同顏色，由圖中可見 von Mises 應力包絡線基本上是以同心圓的方式呈現變化，且越靠近圓心應力越大；變形後的厚度則越靠近圓心呈現越薄的趨勢，此趨勢與文獻[35; 36]具有相似的實驗結論，這些結果顯示了本文所提出的組成律模型及 FEM 分析模式適用於該材料超塑性變形力學分析的實用性。

表 1.三種不同 P-t 載重作用下，圓版中心點的吹脹高度(H)值，實驗與 FEM 分析結果比較

| Pressure-Time Profile   | Time: t (sec) | 實驗值<br>Bulge Height: H (mm) | FEA<br>Bulge Height: H (mm) | 誤差    |
|-------------------------|---------------|-----------------------------|-----------------------------|-------|
| Abu-Farha <i>et al.</i> | 1805          | 29.5                        | 29.22                       | 0.95% |
|                         | 1888          | 31.5                        | 31.54                       | 0.01% |
| Dutta <i>et al.</i>     | 1800          | 28                          | 27.69                       | 1.1%  |
|                         | 2045          | 31.8                        | 31.83                       | 0.09% |
| Banabic <i>et al.</i>   | 1798          | 26.5                        | 26.55                       | 0.19% |
|                         | 2151          | 31.6                        | 31.42                       | 0.57% |

FEA:



Experiment:



圖 8 時間  $t=1800$  秒時，吹製成型試體變形圖與 FEM 分析結果比較圖

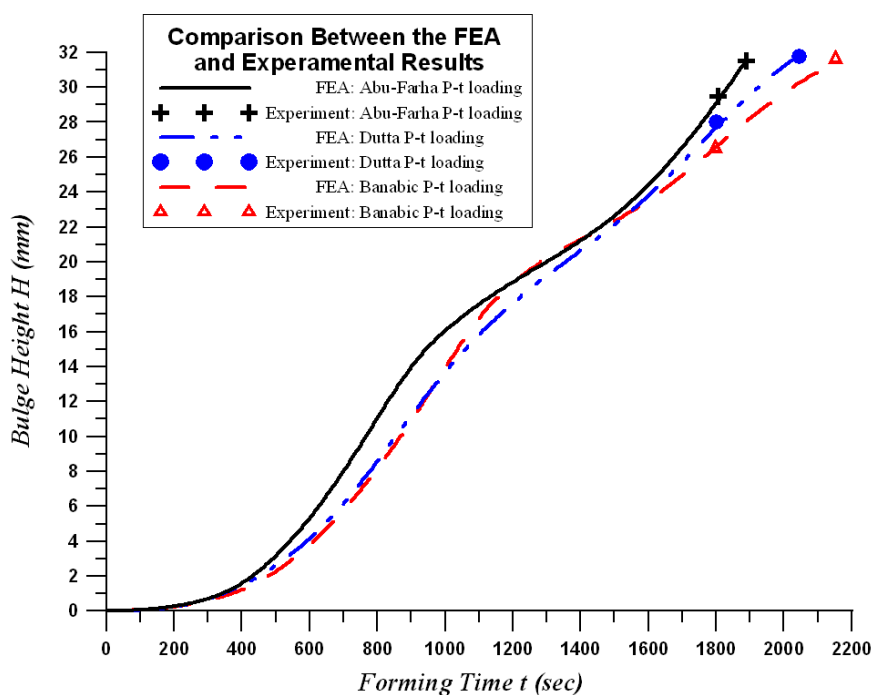


圖 9 吹製成型試驗與 FEM 分析結果之圓心點的吹脹高度與時間(H-t)關係比較圖

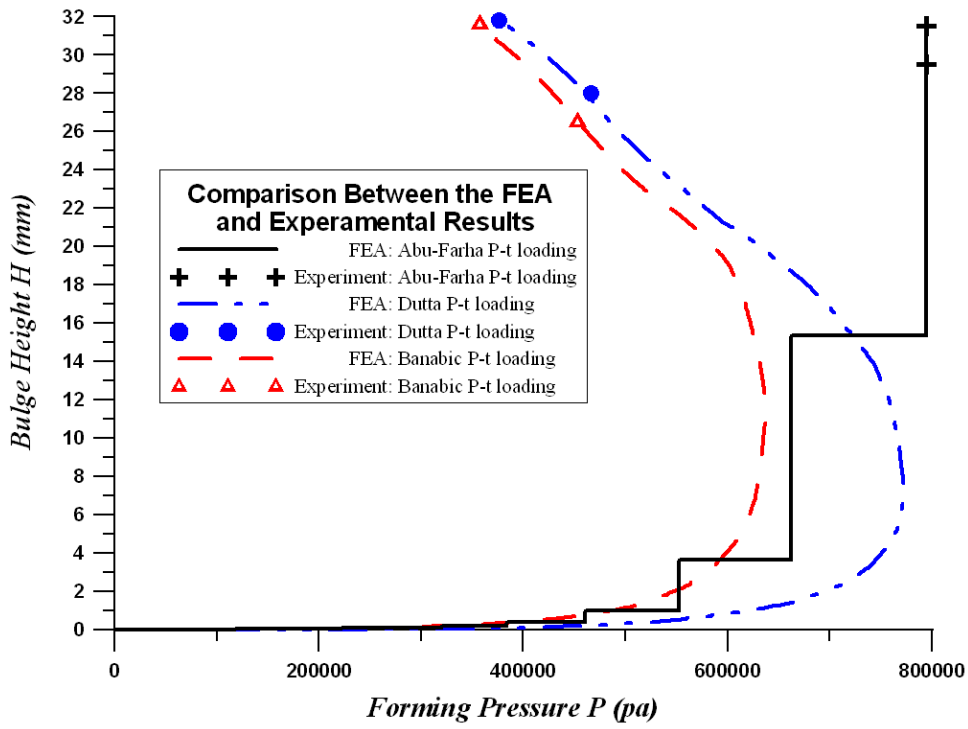


圖 10 吹製成型試驗與 FEM 分析結果之圓心點的吹脹高度與充氣壓力(H-P)關係比較圖

Deformation History for the Banabic Loading Case

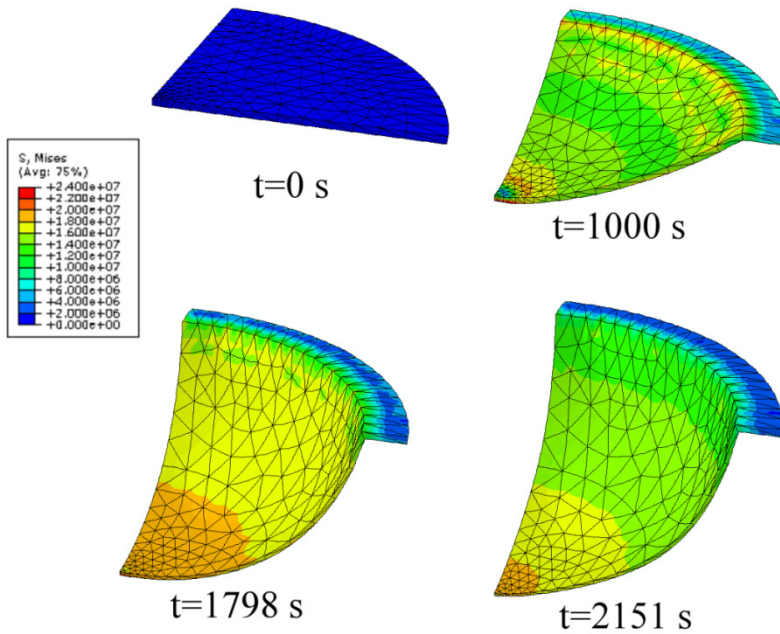


圖 11 Banabic et al.的 P-t 加載條件下，FEM 各階段歷程的分析變形圖

## 六、結論

本文以曲線擬合的方法，分析AZ31B-H24鎂合金超塑性材料在400°C溫度下，拉伸應變率區間 $\dot{\epsilon} = 2 \times 10^{-5} \sim 1 \times 10^{-2} (\text{s}^{-1})$ 之單軸試驗應力-應變關係曲線，找出一個以應變、應變率為函數的應力流方程式之組成律模型，並將此模型摻入有限元素法(FEM)建構一數值分析模式，分析時假設400°C溫度的AZ31B-H24鎂合金材料為均質、均向性材料，應力增量-應變增量之關係以3-D固體力學的彈-塑性理論，結合von Mises諧和流法則及均向性硬化準則來運算材料的塑性流演化行為。本文利用FEM模擬前述之單軸拉伸試驗，先行驗證組成律之可靠性，分析結果顯示，FEM數值模擬與單軸試驗的每條不同固定應變率拉伸之應力-應變關係曲線，在各個變形階段上，皆具有相當不錯的吻合性，顯示本文所提出的組成律數學模型具備相當的可靠性。再者，本文更以此分析模式進一步對該材料的雙軸拉伸吹製成型試驗進行模擬，以驗證其對超塑性變形力學分析之實用性，分析結果顯示，FEM分析與實驗記錄的吹脹高度誤差值皆在1.2%以下；另外，在成型時間約為1800秒時的試體變形，FEM分析與實驗結果亦具有相當不錯的吻合性，證實了本文所提出的組成律模型及FEM分析模式對於AZ31B-H24鎂合金材料的力學分析，具備相當不錯的實用性。因此，本文為此類材料日後不論在應用數值分析或解析理論的研究，抑或供予超塑性成型工業針對製程改良、力學分析、破壞預測等，提供一個實用的參考。

## 參考文獻

1. J. R. Davis, "Properties and Selection: Nonferrous Alloys and Special-Purpose Materials", pp. 457, 480-515, 1099-1100, 1118-1128, 1199, 1132-1135, in ASM Handbook, Vol. 2, ASM INTERNATIONAL, Ohio, 1993.
2. H. Furuya, N. Kogiso, S. Matunaga, and K. Senda, "Applications of Magnesium Alloys for Aerospace Structure Systems", Materials Science Forum, Vol. 350-353, pp. 341-348 (2000).
3. R. L. Edgar, "Global Overview on Demand and Applications for Magnesium Alloys", pp. 3-8, in Magnesium Alloys and their Applications, Edited by K. U. Kainer, WILEY-VCH Verlag GmbH, Weinheim, 2000.
4. B. B. Clow, "Magnesium Industry Overview", Advanced Materials and Processes, Vol. 150, No. 4, pp. 33-34 (1996).
5. Z. Yang, J. P. Li, J. X. Zhang, G. W. Lorimer, and J. Robson, "Review on Research and Development of Magnesium Alloys", Acta Metallurgica Sinica, Vol. 21, No. 5, pp. 313-328 (2008).
6. M. Janecek, R. Kral, P. Dobron, F. Chmelik, V. Supik, and F. Hollander, "Mechanisms of Plastic Deformation in AZ31 Magnesium Alloy Investigated by Acoustic Emission and Transmission Electron Microscopy", Materials Science and Engineering A-Structural Materials: Properties Microstructure and Processing, Vol. 462, No. 1-2, pp. 311-315 (2007).
7. H. Yang, L. Huang, and M. Zhan, "Coupled Thermo-Mechanical FE Simulation of the Hot Splitting Spinning Process of Magnesium Alloy AZ31", Computational Materials Science, Vol. 47, No. 3, pp. 857-866 (2010).
8. F. K. Abu-Farha and M. K. Khraisheh, "Mechanical Characteristics of Superplastic Deformation of AZ31 Magnesium Alloy", Journal of Materials Engineering and Performance, Vol. 16, No. 2, pp. 192-199 (2007).
9. H. Watanabe, H. Tsutsui, T. Mukai, K. Ishikawa, Y. Okanda, M. Kohzu, and K. Higashi, "Superplastic Behavior in Commercial Wrought Magnesium Alloys", Materials Science Forum, Vol. 350-353, pp. 171-176 (2000).

10. A. W. El-Morsy, K. Manabe, and H. Nishimura, "Superplastic Forming of AZ31 Magnesium Alloy Sheet into a Rectangular Pan", *Materials Transactions*, Vol. 43, No. 10, pp. 2443-2448 (2002).
11. T. R. Bieler, R. S. Mishra, and A. K. Mukherjee, "Superplasticity in Hard-To-Machine Materials", *Annual Review of Materials Science*, Vol. 26, pp. 75-106 (1996).
12. F. Barlat, "Constitutive Descriptions For Metal Forming Simulations", *AIP Conference Proceedings*, Vol. 908, No. 1, pp. 3-23 (2007).
13. A. El-Morsy, N. Akkus, K. Manabe, and H. Nishimura, "Evaluation of Superplastic Material Characteristics Using Multi-dome Forming Test", pp. 587-592, in *Superplasticity in Advanced Materials*, Icsam-2000, Vol. 357-363, *Materials Science Forum*, Edited by N. Chandra, 2001.
14. K. M. Liew, H. Tan, and M. J. Tan, "Finite Element Modeling of Superplastic Sheet Metal Forming for Cavity Sensitive Materials", *J. Eng. Mater. Technol. Trans. ASME*, Vol. 125, No. 3, pp. 256-259 (2003).
15. J. Lin, "Selection of Material Models for Predicting Necking in Superplastic Forming", *International Journal of Plasticity*, Vol. 19, No. 4, pp. 469-481 (2003).
16. M. A. Nazzal, M. K. Khraisheh, and B. M. Darras, "Finite Element Modeling and Optimization of Superplastic Forming Using Variable Strain Rate Approach", *Journal of Materials Engineering and Performance*, Vol. 13, No. 6, pp. 691-699 (2004).
17. J. Tao and M. A. Keavey, "Finite Element Simulation for Superplastic Forming Using a Non-Newtonian Viscous Thick Section Element", *Journal of Materials Processing Technology*, Vol. 147, No. 1, pp. 111-120 (2004).
18. F. K. Abu-Farha, N. A. Rawashdeh, and M. K. Khraisheh, "Superplastic Deformation of Magnesium Alloy AZ31 under Biaxial Loading Condition", *Materials Science Forum*, Vol. 551-552, pp. 219-224 (2007).
19. H. Palaniswamy, G. Ngaile, and T. Altan, "Finite Element Simulation of Magnesium Alloy Sheet Forming at Elevated Temperatures", *Journal of Materials Processing Technology*, Vol. 146, No. 1, pp. 52-60 (2004).
20. Y. H. Peng, Q. F. Chang, D. Y. Li, H. Jie, and X. Q. Zeng, "Numerical Simulation of Warm Deep Drawing of AZ31 Magnesium Alloy Sheet with Variable Blank Holder Force", *Key Engineering Materials*, Vol. 340 - 341, pp. 639-644 (2007).
21. S. J. Liang, Z. Y. Liu, and E. D. Wang, "Simulation of Extrusion Process of AZ31 Magnesium Alloy", *Materials Science and Engineering A-Structural Materials Properties Microstructure and Processing*, Vol. 499, No. 1-2, pp. 221-224 (2009).
22. T. B. Huang, Y. A. Tsai, and F. K. Chen, "Finite Element Analysis and Formability of Non-isothermal Deep Drawing of AZ31B Sheets", *Journal of Materials Processing Technology*, Vol. 177, No. 1-3, pp. 142-145 (2006).
23. F. K. Chen, T. B. Huang, and S. G. Chen, "Embossment Formation in Press Forging of AZ31 Magnesium-alloy Sheets", *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, Vol. 32, No. 3-4, pp. 272-279 (2007).
24. S. F. Zeng and W. Z. Chen, "Die Parameters Optimized for Drawing of AZ31 Magnesium Alloy Sheet by Finite Element Method", *Key Engineering Materials*, Vol. 480 - 481, pp. 634-638 (2011).
25. J. Kim, H. Ryou, D. Kim, W. Lee, S. H. Hong, and K. Chung, "Constitutive Law for AZ31B Mg Alloy Sheets and Finite Element Simulation for Three-point Bending", *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 50, No. 10-11, pp. 1510-1518 (2008).
26. S. C. Choi, H. Y. Kim, S. M. Hong, Y. S. Shin,



- G. H. Lee, and H. J. Kim, "Evaluation and Prediction of The Forming Limit of AZ31B Magnesium Alloy Sheets in A Cross-shaped Cup Deep Drawing Process", *Metals and Materials International*, Vol. 15, No. 4, pp. 575-584 (2009).
27. D.-T. Nguyen, Y.-S. Kim, and D.-W. Jung, "Coupled Thermomechanical Finite Element Analysis to Improve Press Formability for Camera Shape Using AZ31B Magnesium Alloy Sheet", *Metals and Materials International*, Vol. 18, No. 4, pp. 583-595 (2012).
28. F. K. Abu-Farha, M. A. Nazzal, and M. K. Khraisheh, "An Experimental Study on the Stability of Superplastic Deformation of AZ31 Mg Alloy", pp. 1289-1294, in 10th ESAFORM Conference on Material Forming, Pts A and B, Vol. 907, Aip Conference Proceedings, Edited by E. Cueto and F. Chinesta, American Institute of Physics, New York, 2007.
29. F. K. Abu-Farha and M. K. Khraisheh, "Analysis of Superplastic Deformation of AZ31 Magnesium Alloy", *Advanced Engineering Materials*, Vol. 9, No. 9, pp. 777-783 (2007).
30. F. Kaiser, D. Letzig, J. Bohlen, A. Styczynski, C. Hartig, and K. U. Kainer, "Anisotropic Properties of Magnesium Sheet AZ31", *Materials Science Forum*, Vol. 419-422, pp. 315-320 (2003).
31. W. F. Chen and D. J. Han, "Plasticity for Structural Engineers", pp. 232-289, First ed, J. Ross Publishing, New York, (2007).
32. A. K. Ghosh and C. H. Hamilton, "Mechanical Behavior and Hardening Characteristics of a Superplastic Ti-6Al-4V Alloy", *Metallurgical Transactions A: Physical Metallurgy and Materials Science*, Vol. 10, No. 6, pp. 699-706 (1979).
33. A. Dutta and A. K. Mukherjee, "Superplastic Forming: An Analytical Approach", *Materials Science and Engineering A-Structural Materials Properties Microstructure and Processing*, Vol. 157, No. 1, pp. 9-13 (1992).
34. D. Banabic, T. Balan, and D. S. Comsa, "Closed-form Solution for Bulging through Elliptical Dies", *Journal of Materials Processing Technology*, Vol. 115, No. 1, pp. 83-86 (2001).
35. Y. H. Kim, S. S. Hong, J. S. Lee, and R. H. Wagoner, "Analysis of Superplastic Forming Processes Using a Finite-Element Method", *Journal of Materials Processing Technology*, Vol. 62, No. 1-3, pp. 90-99 (1996).
36. R. Verma, L. G. Hector, P. E. Krajewski, and E. M. Taleff, "The Finite Element Simulation of High-temperature Magnesium AZ31 Sheet Forming", *JOM*, Vol. 61, No. 8, pp. 29-37 (2009).