

複合材料 FRP 補強預力混凝土 T 形梁非線性有限元素分析

潘存真*

胡宣德**

摘要

預力混凝土構件大量用於現代化之先進式施工法，以提昇結構之淨跨距並承受高負載之反覆荷重；但常因超出設計荷重之活載重或地震力作用，致預力混凝土梁構件產生開裂破壞行為，並降低極限承載能力。故採用複合材料 FRP (Fiber Reinforced Plastics) 補強修復預力混凝土構件，實為現今較經濟且節省工時之主流；提具合理且信賴度高之數值分析模式，藉以準確預測補強後預力構件的極限強度及開裂相關趨勢，供工程實務界欲採用該工法進行補強時之參照。

本文使用有限元素 ABAQUS 分析軟體，針對 FRP 補強預力混凝土 T 形梁提出非線性分析理論。分析之數值模型依構件結構尺寸分為長梁和短梁兩種，預力構件中初始預力施加

方式分為低預力量、中預力量及高預力量三種情形；另於 FRP 補強型式上可分為梁底之底面補強及梁腹之側面補強，並就 FRP 補強之不同疊層數與纖維角度進行參數分析，藉此探究其補強後之預力混凝土構件之極限載重及開裂行為之變化趨勢。

一、前言

隨著複合材料於工程力學應用技術純熟，採用複合材料對於混凝土構件之補強與修復工法，已逐步取代以鋼板為補強材料傳統施工。鋼板補強工法，缺點主要為補強材料尺寸過大、重量過重，需大型之吊裝機具配合施工，施作之工期較長，整體結構補強工程成本費用高，且補強鋼材亦有鏽蝕之疑慮。相較於採用複合材料 FRP 為補強材料，具有高強度、

* 國立成功大學土木所博士班研究生

** 國立成功大學土木所教授

高韌性、質量輕、施工簡易及優異之耐腐蝕特性，故現為廣泛應用於混凝土構件之開裂補強施工材料。

近年來許多學者藉由實驗或數值分析的方式，研究觀察鋼筋混凝土構件，外部包覆黏貼複合疊層材料後之整體結構行為，主要之研究主題為鋼筋混凝土梁補強撓曲極限強度的分析、設計與施工；鋼筋混凝土梁補強剪力強度分析、設計與施工；混凝土與FRP的介面黏結特性；FRP疊層貼片末端之脫層問題；FRP包覆混凝土時圍束壓力之應力－應變關係；FRP包覆鋼筋混凝土柱受軸壓力之構件行為；FRP包覆鋼筋混凝土柱受動態載重作用之構件疲勞行為等 [1-4]。至於複合材料補強預力混凝土相關研究 [5,6]，相較於補強鋼筋混凝土構件，研究文獻數量與可資工程應用參考之資料均較少。

基於預力混凝土構件於工程實務應用，主要為大跨徑樓版之建築結構或橋梁工程之上部結構，故一般預力混凝土梁均與版連結之結構特性。本文研究針對幾何性質為T形斷面之預力混凝土梁進行系列分析，相較矩形斷面預力混凝土梁，所得之數值分析成果更能反應構件受垂直荷重之真實情況。

二、材料組合律及數值模擬

預力混凝土組成材料包含鋼筋、預力鋼絞線以及混凝土，於 ABAQUS 有限元素分析軟體 [7] 中均建立有完整之非線性材料資料庫；但對於 FRP 補強材料卻無相關之材料非線性參數。本文使用 ABAQUS 分析軟體建立鋼筋、預力鋼絞線及混凝土不同材料之非線性模型主程式，並導入以 FORTRAN 語言撰寫複合材料非線性組合律之副程式，進行 PC 構件非線性有限元素分析 [8,9]。

2.1 鋼筋及預力鋼絞線

本文分析之預力混凝土構件中鋼筋材料，主要為箍筋及角隅筋以增加混凝土圍束作用及抗剪強度，避免於工作載重內混凝土呈現剪力破壞。所使用鋼筋材料性質，假設於彈性範圍內其彈性模數依據 ACI Committee 318 (2005) 規範建議 [10]：

$$E_s = 200 \text{ GPa} \quad (1)$$

預力鋼絞線屬於高強度抗拉材料，其降伏點應力及極限強度甚高且無明顯的材料降伏點。本文預力鋼絞線材料之彈性模數，同樣假設為 $E_s = 200 \text{ GPa}$ ，藉由材料試驗資料，可將其非線性材料行為，利用分段連續之線形函數，導入 ABAQUS 程式分析時之鋼絞線材料特性。分析過程假設鋼筋、預力鋼絞線為等值之單軸材料層通過混凝土元素斷面，為求適當描述構材中之鋼筋、預力鋼絞線組成，在 ABAQUS 程式中明確給定每層鋼筋與預力鋼絞線之等值斷面積、間距、位置與方向。對於分析中預力鋼絞線施加的初始預力量，則使用 ABAQUS 程式中初始條件指令輸入所施加之預拉力值。

2.2 混凝土材料性質

本文分析混凝土之彈性模數 E_c ，採用 ACI Committee 318 (2005) 建議之正割模數定義，對於常重混凝土可依式 (2) 推算求得：

$$E_c = 4700 \sqrt{f_c'} \text{ MPa} \quad (2)$$

混凝土材料極限應變值於單軸壓力作用下，當達到極限強度 f_c' 時所對應之應變值 ε_c' ，約介於 0.002 至 0.003 之間，本文分析依據 ACI Committee 318 (2005) 建議值假設為：

$$\varepsilon_0 = 0.003 \quad (3)$$

混凝土之柏松比 ν_c 於單軸受壓條件下，

其範圍約介於 0.15 至 0.22 之間。依據 ASCE 之較理想之柏松比建議值為 0.19 或 0.20 [11]，本文分析採固定之柏松比值假設為：

$$\nu_c = 0.20 \quad (4)$$

另有關於混凝土之直接抗拉強度 f_t' ，於材料試驗過程中不易量測，本文該參數設定採 ASCE 建議公式計算如式 (5)：

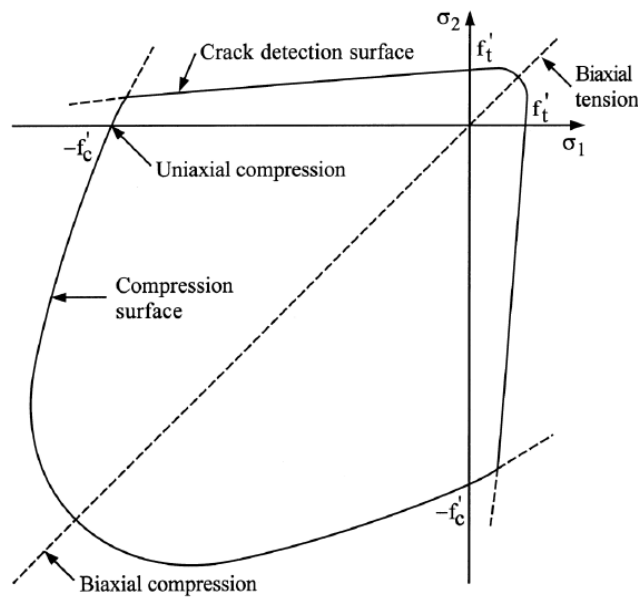
$$f_t' = 0.33\sqrt{f_c'} \text{MPa} \quad (5)$$

混凝土於不同雙軸載重組合作用下，雙軸的強度及應力－應變曲線與單軸行為略有不同。依據研究文獻紀載，載重之路徑幾乎不影響混凝土強度之包絡線 [12,13]，且混凝土試體雙軸應力比為 $\sigma_1/\sigma_2 = 0.5$ 時，極限強度增

加約 25%；當應力比 $\sigma_1/\sigma_2 = 1.0$ 時，極限強度增加約 16%。混凝土試體於雙軸拉－壓狀況下，其抗壓強度會隨著拉力之增加呈線性遞減；若於雙軸拉力作用下，混凝土抗拉強度則與單軸時幾乎相同。

2.3 混凝土破壞準則

Mohr－Coulomb 之破壞理論常應用於混凝土之破壞分析，使用 ABAQUS 分析混凝土表面開裂破壞模式時，於平面應力狀態下採用 Mohr－Coulomb 型式之受壓面曲線與裂縫檢測面曲線，判斷混凝土表面開裂破壞準則如【圖 1】。



【圖 1】平面應力下之混凝土破壞面

當混凝土於雙軸受壓時，其最大主應力使用彈塑性理論之等向性硬化 (Isotropic Hardening) 和協和塑性流法則 (Associated Flow Rule) 模擬 [14]。若混凝土受力條件為雙軸拉力或雙軸拉－壓力時，混凝土開裂裂縫則依據開裂檢測面定義。本文的載重施加型態為靜態

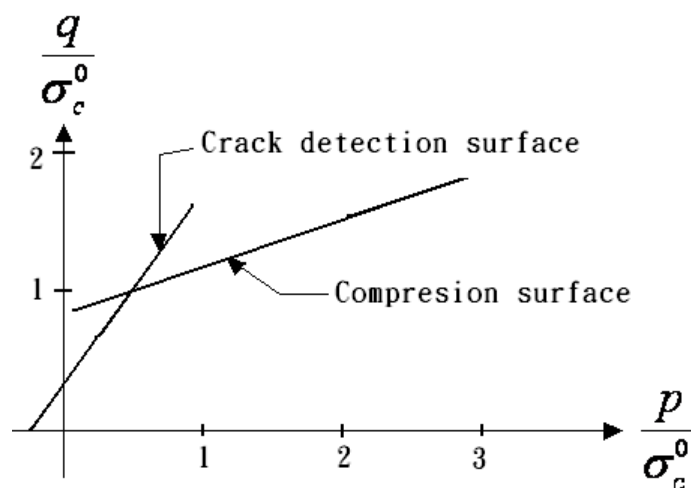
載重，故使用 ABAQUS 分析軟體內建之 Smeared Crack 模式模擬混凝土開裂狀況，若混凝土裂縫生成，則利用彈性損壞理論 (Damaged Elasticity Theory) 模擬混凝土之開裂狀況，並以均向性抗壓塑性理論 (Isotropic Compressive Plasticity Theory) 模擬混凝土受

壓時之非線性行為 [15]。

2.4 混凝土開裂行為

Smeared Crack 模式為假設混凝土開裂產生是控制混凝土材料破壞的重要指標，通常是由張應力控制。開裂的產生是指當材料中的應

力值達破壞面數值，此破壞面稱為開裂檢測面 (Crack Detection Surface)，由應力張量的第一應力不變量 p 和有效應力 q (Effective Stress)，繪製出簡化庫倫線 (Simple Coulomb Line) 表示破壞面，如【圖 2】。



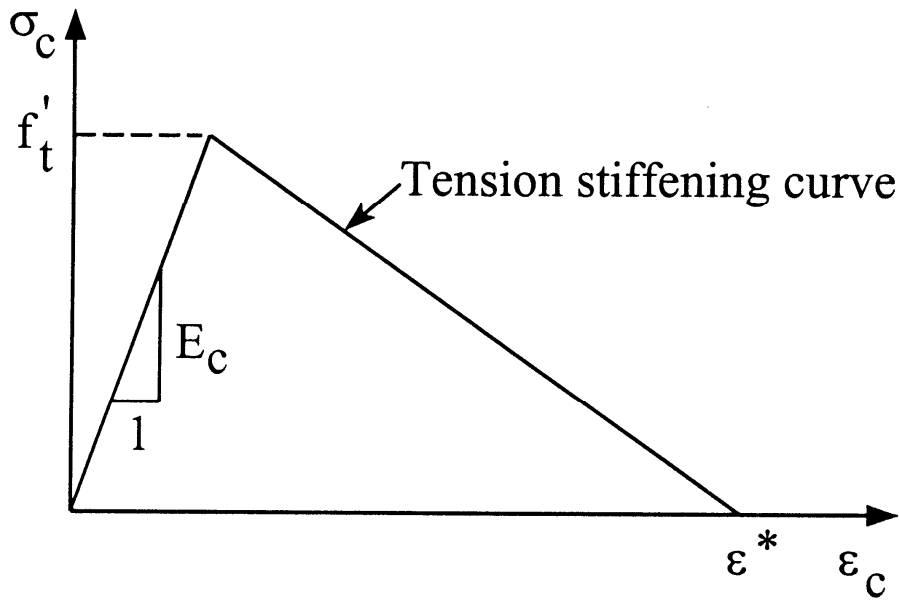
【圖 2】Smeared Crack 模式混凝土在平面應力之破壞面

ABAQUS 分析程式中使用固定正交裂縫模式，即在某一偵測到有開裂產生，該裂縫的方向會被記錄，此方向與最大主軸張應力方向是相互垂直，並利用彈性勁度損失，模擬發生於材料積分點的開裂行為。當混凝土產生開裂後，利用彈性損壞來描述混凝土開裂後的後破壞行為 (Post-Failure Behavior)；另混凝土的開裂後行為 (Post-Cracked Behavior)，使用 Hilleborg (1976) 提出之脆性破壞的觀念來模擬。數值分析混凝土裂縫開始發生時的應變增加量，使用開裂檢測的塑性模式模擬，在 ABAQUS 軟體運算中，是以應變乘上由元素幾何性質決定特徵開裂長度 (Characteristic Crack Length)，來處理積分點上的相對變位。

2.5 混凝土張力加勁

Mörsch (1909) 提出張力加勁 (Tension Stiffening) 理論，當鋼筋混凝土構件受到足夠大的張力作用時，混凝土即產生開裂，但介在兩裂縫之間的混凝土塊仍然能承受張應力。當數值模擬混凝土與鋼筋、預力鋼絞線之間的握裹及綴縫作用，可藉由張力加勁概念，考慮通過鋼筋及預力鋼絞線之裂縫仍可傳遞應力。

Smeared Crack 的方法中，張力加勁的效應可以簡化為線性遞減模式，如【圖 3】，該線性遞減函數為 $\varepsilon^* = \alpha \varepsilon_{cr}$ ，即混凝土在張應變達到開裂應變的 α 倍之後就無法持續提供混凝土抗拉能力，其中 α 值範圍，根據 Prakhya and Morley (1990) 的建議， α 值範圍可以由 5 至 25，本文分析 α 假設為 10。



【圖 3】混凝土受拉的簡化線性遞減應力－應變模式

2.6 混凝土剪力保留

剪力保留(Shear Retention)為混凝土構件裂縫產生之後，開裂的混凝土仍然可以透過骨材之間的互鎖效應(Aggregate Interlock)和剪力摩擦 (Shear Friction) 來傳遞剪力。ABAQUS 分析軟體使用剪力係數折減方式來模擬剪力保留，開裂混凝土經折減後剪力模數 (Reduced Shear Modulus) \hat{G} 可以下式計算：

$$\hat{G} = \mu G_c \quad (6)$$

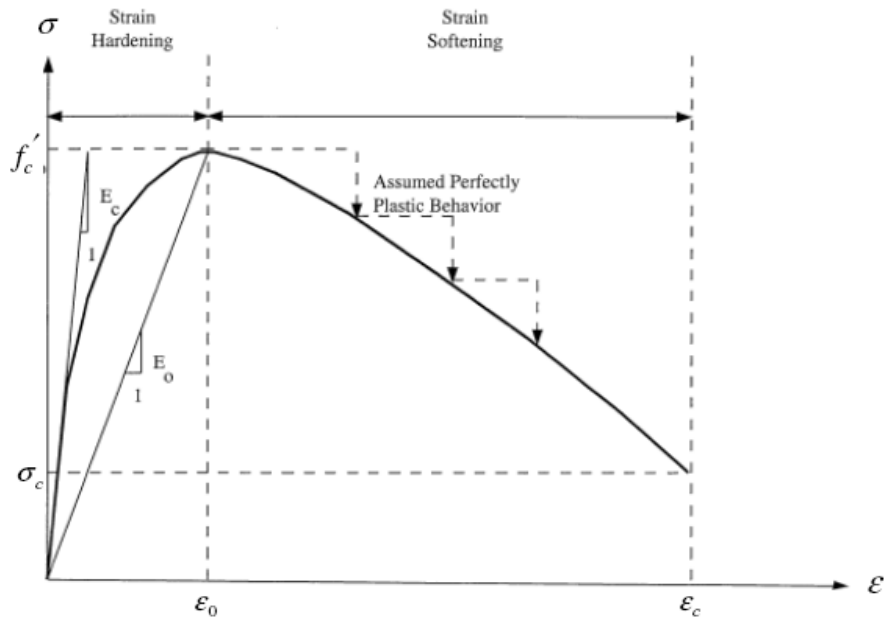
$$\mu = 1 - \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{\max}} \quad (7)$$

其中式 (7) ε 表示與裂縫方向垂直的應變， ε_{\max} 代表參數 μ 降為零時的應變。本文假設

ε_{\max} 為一極大值此時可令 $\mu = 1$ [16]，表示剪力彈性模數並未受開裂而有所影響，呈現完全剪力保留(Full Shear Retention)。

2.7 混凝土抗壓彈塑性理論

當混凝土材料進入塑性變形時，需依賴某些參數來定義降伏面之擴展，較常用之方法為將多軸受力之應力－應變關係，視為與有效應力 σ_c 及有效應變 ε_c 之關係相同，使得於不同受力路徑下所得之分析結果，利用等值單軸應力－應變曲線校正而得。本文分析使用 Saenz (1964) 所建議之應力－應變關係式 (8)，並輔以圖示如【圖 4】，藉以分析與模擬混凝土之塑性行為 [17]：



【圖 4】混凝土於受壓狀態下等值單軸應力－應變曲線

$$\sigma_c = \frac{E_c \varepsilon_c}{[1 + (R + R_E - 2)\left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_0}\right) - (2R - 1)\left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_0}\right)^2 + R\left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_0}\right)^3]} \quad (8)$$

其中

$$R = \frac{R_E(R_\sigma - 1)}{(R_c - 1)^2} - \frac{1}{R_c}, \quad R_E = \frac{E_c}{E_0},$$

$$E_0 = \frac{f'_c}{\varepsilon_0}$$

將上式導入 ABAQUS 混凝土材料參數中，定義為混凝土等值之單軸應力－應變曲線，並使用線性片段連續方式近似模擬原塑性應力－應變曲線，依據 Hu 和 Schnobrich (1989) 建議值，使用 $R_\sigma = \frac{f'_c}{\sigma_c} = 4$ 、 $R_c = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_0} = 4$ 進行

後續分析 [18]。

三、複合材料分析模式

本文補強所使用複合材料為纖維加勁疊層板，單層板之構造為基材 (Matrix) 中埋入

纖維 (Fiber) 組成之薄板。層板纖維軸方向的強度、勁度都會高於層板纖維側方向，該現象與複合材料的基材材料、纖維與基材之粘結相關。基材的主要作用在保護纖維並對纖維提供圍束作用，並作為複合材料層板中傳遞應力的介質，使纖維層板均佈受力。纖維材料則具有高強度、高剛性、質量輕的特性，是提供複合材料纖維層板主要強度來源。

假設每一單層板於平面應力狀態下，為具有正向性 (Orthotropic) 材料 [19]；複合材料疊層板是由數片單層板疊合而成，各單一層板之纖維角度均可隨工程需求及補強特性而適度調整。

3.1 正向性複合材料單層板應力應變關係

考慮單層板中面內剪應力－剪應變的非線性行為，則正向性複合材料單層板於材料主軸座標上的應力－應變關係，依據 Hahn 和 Tsai (1973) 研究文獻 [20] 可寫成下式 (9)：

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_{11}} & \frac{-v_{21}}{E_{22}} & 0 \\ \frac{-v_{12}}{E_{11}} & \frac{1}{E_{22}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} + S_{6666} \tau_{12}^2 \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} \quad (9)$$

式中 S_{6666} 為非線性之剪力參數，可藉由純剪實驗或不同的偏軸張力試驗所得之數據計算而得。若定義 $\Delta\{\sigma'\} = \Delta\{\sigma_1 \ \sigma_2 \ \tau_{12}\}^T$ 及 $\Delta\{\varepsilon'\} = \Delta\{\varepsilon_1 \ \varepsilon_2 \ \gamma_{12}\}^T$ ，則利用式 (9) 可建立應力-應變之增量關係為式 (10)：

$$\Delta\{\sigma'\} = [Q_1'] \Delta\{\varepsilon'\} \quad (10)$$

其中

$$[Q_1'] = \begin{bmatrix} \frac{E_{11}}{1-v_{12}v_{21}} & \frac{v_{12}E_{22}}{1-v_{12}v_{21}} & 0 \\ \frac{v_{21}E_{11}}{1-v_{12}v_{21}} & \frac{E_{22}}{1-v_{12}v_{21}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{1/G_{12} + 3S_{6666}\tau_{12}^2} \end{bmatrix} \quad (11)$$

此外，同樣假設側向剪應力為線性，且不影响面內的剪應力之非線性行為。定義 $\Delta\{\tau_t'\} = \Delta\{\tau_{13} \ \tau_{23}\}^T$ 及 $\Delta\{\gamma_t'\} = \Delta\{\gamma_{13} \ \gamma_{23}\}^T$ ，則側向剪應力的組合律可以表示為：

$$\Delta\{\tau_t'\} = [Q_2'] \Delta\{\gamma_t'\} \quad (12)$$

其中

$$[Q_2'] = \begin{bmatrix} \alpha_1 G_{13} & 0 \\ 0 & \alpha_2 G_{23} \end{bmatrix} \quad (13)$$

式 (13) 中， α_1 與 α_2 為剪力校正因子，在本文中分析均使用 Mindlin (1951) 之建議值 0.83。

3.2 複合材料單層板破壞準則

複合材料單層板破壞機制的評估，以 Tsai-Wu 破壞準則 [21] 最廣泛被應用。在平面應

力狀態下，該破壞準則可以表示為：

$$F_1\sigma_1 + F_2\sigma_2 + F_{11}\sigma_1^2 + 2F_{12}\sigma_1\sigma_2 + F_{22}\sigma_2^2 + F_{66}\sigma_6^2 = 1 \quad (14)$$

其中

$$F_1 = \frac{1}{\bar{X}} + \frac{1}{\bar{X}'}, \quad F_2 = \frac{1}{\bar{Y}} + \frac{1}{\bar{Y}'}, \quad F_{11} = \frac{-1}{\bar{X}\bar{X}'},$$

$$F_{22} = \frac{-1}{\bar{Y}\bar{Y}'}, \quad F_{66} = \frac{1}{\bar{S}^2}$$

\bar{X} 與 \bar{X}' 為單層板於纖維軸方向之抗拉與抗壓強度； \bar{Y} 與 \bar{Y}' 為單層板側向之抗拉與抗壓強度； \bar{S} 則為單層板的抗剪強度。

欲計算 F_{12} 之值，可假設一組雙軸拉力作用於單層板試體，即 $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma$ 而其它應力均視為 0，即可得下式：

$$F_{12} = \frac{1}{2\sigma^2} \left[1 - \left(\frac{1}{\bar{X}} + \frac{1}{\bar{X}'} + \frac{1}{\bar{Y}} + \frac{1}{\bar{Y}'} \right) \sigma + \left(\frac{1}{\bar{X}\bar{X}'} + \frac{1}{\bar{Y}\bar{Y}'} \right) \sigma^2 \right] \quad (15)$$

依據 Narayanaswami and Adelman (1977) 建議 [22]，在工程實務應用上 F_{12} 可視為 0，令 $F_{12} = 0$ 於本文分析中。

則複合材料破壞準則式 (14) 可改寫為下式：

$$F_1\sigma_1 + F_2\sigma_2 + F_{11}\sigma_1^2 + F_{22}\sigma_2^2 + F_{66}\sigma_6^2 = 1 \quad (16)$$

或者為

$$\frac{1}{\bar{X}\bar{X}'}\sigma_1^2 + \frac{1}{\bar{Y}\bar{Y}'}\sigma_2^2 + \left(\frac{1}{\bar{X}} + \frac{1}{\bar{X}'} \right) \sigma_1 + \left(\frac{1}{\bar{Y}} + \frac{1}{\bar{Y}'} \right) \sigma_2 + \frac{1}{\bar{S}^2}\tau_{12}^2 = 1 \quad (17)$$

在數值計算過程中，載重增量會持續增加至複合材料疊層板中，直到某一層或更多疊層依照式 (17) 運算達破壞的情況才終止。

3.3 複合材料座標系統轉換

有限元素法分析過程中，必須先行計算模擬複合材料之薄殼元素應力積分點所構成之矩陣，再將所求得之應力藉由座標系統之轉換關係，由殼元素域轉換至材料域所對應勁度矩陣。

對複合材料單層板而言，殼元素的組成矩陣增量，依元素座標系統 (x, y, z) 可表示為：

$$\Delta\{\sigma\} = [Q_1] \Delta\{\varepsilon\} \quad (18)$$

$$\Delta\{\tau\} = [Q_2] \Delta\{\gamma\} \quad (19)$$

上式中 $\Delta\{\sigma\}$ 、 $\Delta\{\tau\}$ 、 $\Delta\{\varepsilon\}$ 及 $\Delta\{\gamma\}$ 之矩陣增量表式如下：

$$\Delta\{\sigma\} = \Delta\{\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}\}^T, \quad \Delta\{\tau\} = \Delta\{\tau_{xz}, \tau_{yz}\}^T,$$

$$\Delta\{\varepsilon\} = \Delta\{\varepsilon_x, \varepsilon_y, \gamma_{xy}\}^T, \quad \Delta\{\gamma\} = \Delta\{\gamma_{xz}, \gamma_{yz}\}^T$$

並且

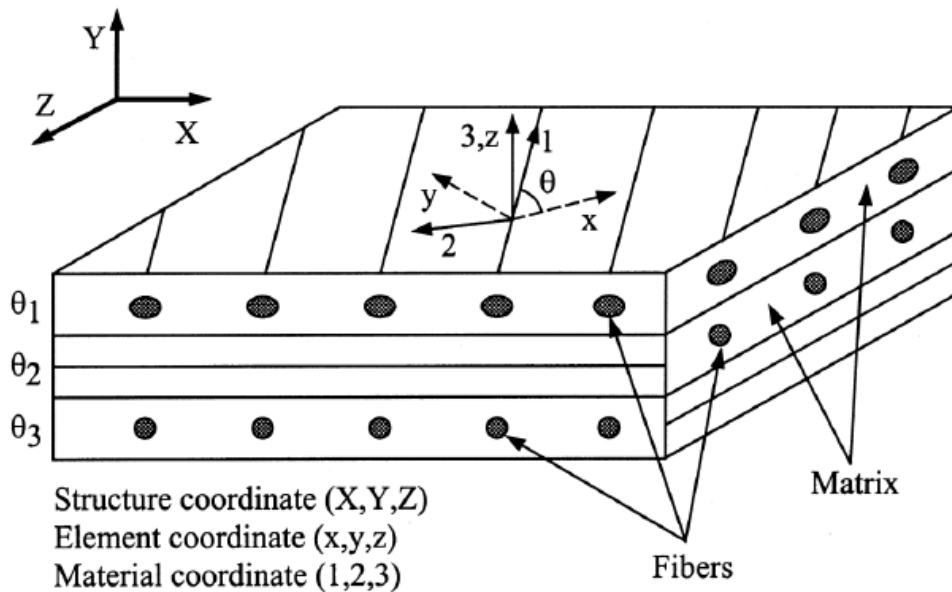
$$[Q_1] = [T_1]^T [Q_1'] [T_1] \quad (20)$$

$$[Q_2] = [T_2]^T [Q_2'] [T_2] \quad (21)$$

$$[T_1] = \begin{bmatrix} \cos^2 \theta & \sin^2 \theta & \sin \theta \cos \theta \\ \sin^2 \theta & \cos^2 \theta & -\sin \theta \cos \theta \\ -2 \sin \theta \cos \theta & 2 \sin \theta \cos \theta & \cos^2 \theta - \sin^2 \theta \end{bmatrix} \quad (22)$$

$$[T_2] = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \quad (23)$$

式 (22) 及式 (23) 中 θ 偏轉角度定義為由局部元素域的 x 軸方向，依逆時針方向旋轉至材料域的 1 軸方向，如【圖 5】所標示。



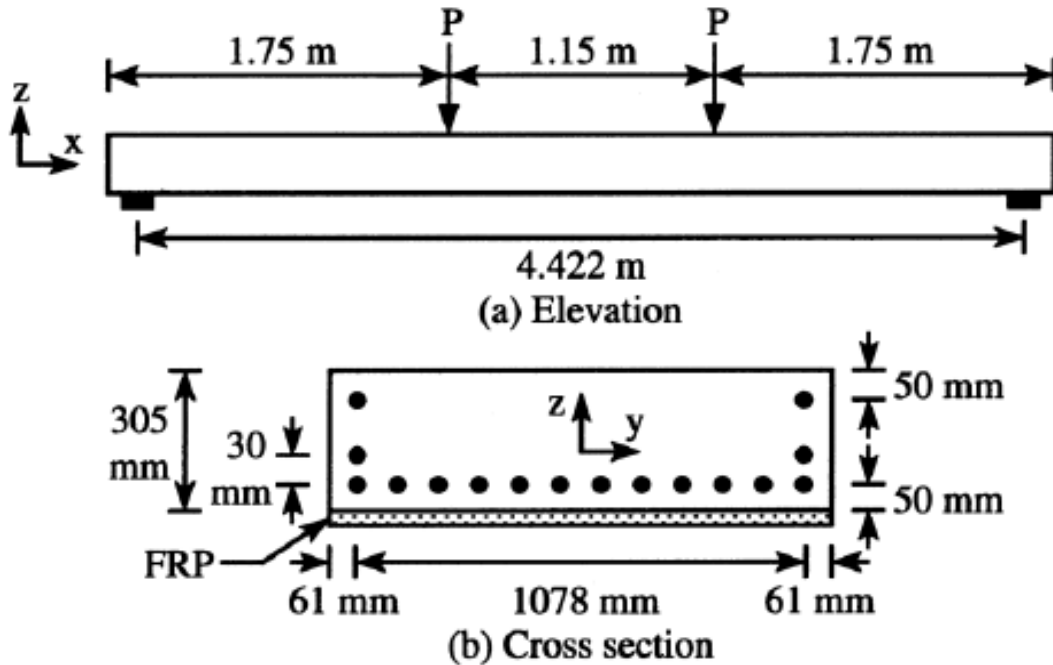
【圖 5】纖維複合材料之元素域及材料域座標轉換示意圖

四、數值分析模式驗證

藉由預力混凝土版補強的數值分析模式與 Shahawy 和 Beitelman (1996) 補強實驗數據比較

[23]，驗證本文之數值分析模式之可靠性。預力混凝土實心版之結構尺寸與斷面預力鋼絞線配置如【圖 6】，預力實心版長度 4422mm、版寬度 1200mm，版厚 305mm。邊界條件為簡支承型式，載重條件為受到 4 點靜態載重作用，直至預力混

混凝土版破壞。版的拉力區有兩排預力鋼絞線，分別根預力鋼絞線。分別是下排 12 根與上排 2 根；而壓力區只有 1 排 2



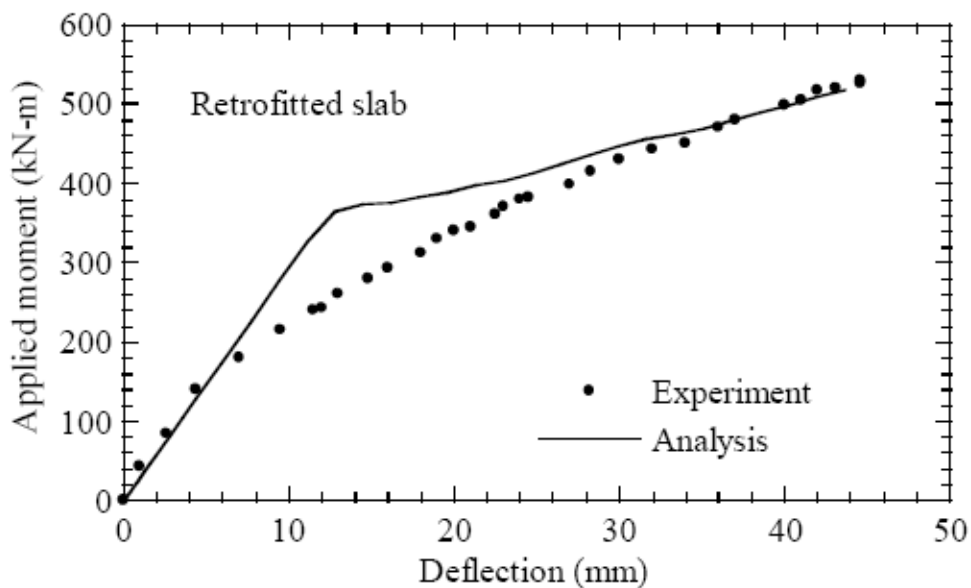
【圖 6】FRP 補強預力混凝土版試體各部尺寸及斷面配置圖

實驗試體所採用之混凝土極限強度 $f'_c = 41.37\text{MPa}$ ，混凝土彈性模數為 $E_c = 30423\text{MPa}$ ；預力鋼絞線直徑為 13mm，面積為 132.73mm^2 鋼絞線，彈性係數為 $E_s = 186.61\text{MPa}$ ，鋼絞線極限抗拉強度為 $f_{pu} = 1862\text{MPa}$ ，施加之初始預拉力為 138kN。FRP 複合疊層材料補強，黏貼於預力混凝土實心版的張力側，單層板厚度為 0.14 mm，纖維軸方向平行於版之長向，軸方向彈性模數 $E_{11} = 141340\text{MPa}$ 、抗拉強度為 $\bar{X} = 2758\text{MPa}$ ，依據 Mosallam (2003) 中對於補強材料 FRP 纖維非軸方向材料參數之假設，側向及剪力模數為抗拉彈性模數 E_{11} 的百

分之一[25]，即 $E_{22} = G_{12} = 1413\text{MPa}$ ，側向抗拉及抗剪強度、軸向及側向抗壓強度均假設為 \bar{X} 的百分之一，即 $\bar{Y} = \bar{S} = 27.58\text{MPa}$ 以及 $\bar{X}' = \bar{Y}' = -27.58\text{MPa}$ ，非線性之剪力參數 $S_{6666} = 7.32(\text{GPa})^{-3}$ 。

4.1 極限彎矩與預力鋼絞線應變量比較

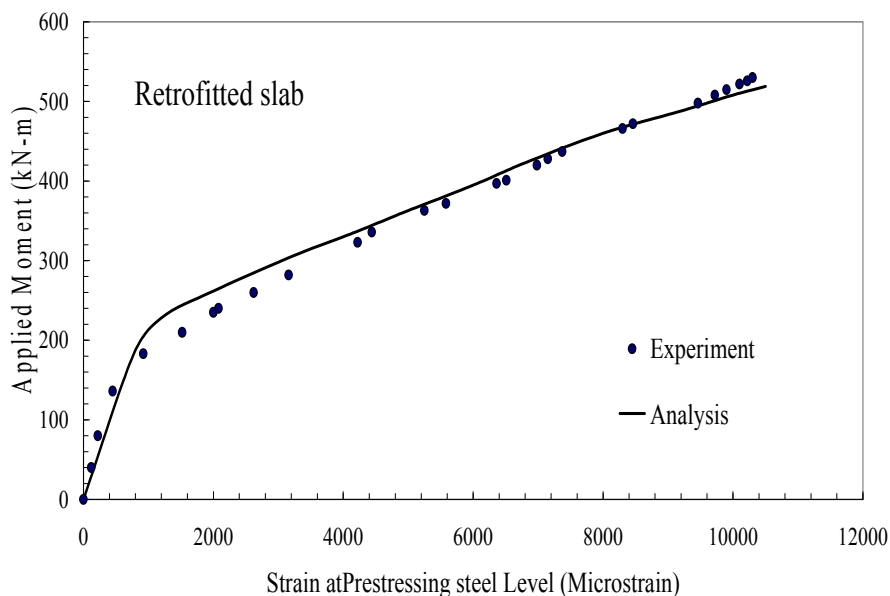
補強預力混凝土版驗證分析中，複合材料 FRP 薄殼元素直接黏貼於預力混凝土版之底面，並假設與版底部完美黏結，無相對滑動量。【圖 7】為複合材料 FRP 補強黏貼 4 層預力混凝土版之數值模擬與實驗數據比較圖，數值分析所得的極限彎矩為 519kN-m，實驗數據極限彎矩為 530kN-m，誤差值為 2.1%。



【圖 7】FRP 補強 PC 版彎矩 VS. 變形關係曲線

觀察預力混凝土版跨徑中點於加載過程之預力鋼絞線應變曲線，數值分析與試驗值比較如【圖 8】。根據實驗數據，當極限彎矩為 530 kN-m 時，跨徑中點預力鋼絞線之最大應變量為 $10,300 \times 10^{-6}$ ；由數值分析結果，當極

限彎矩達 519 kN-m 時，其跨徑中點預力鋼絞線最大應變量為 $10,500 \times 10^{-6}$ ，兩者之誤差值為 1.9%。

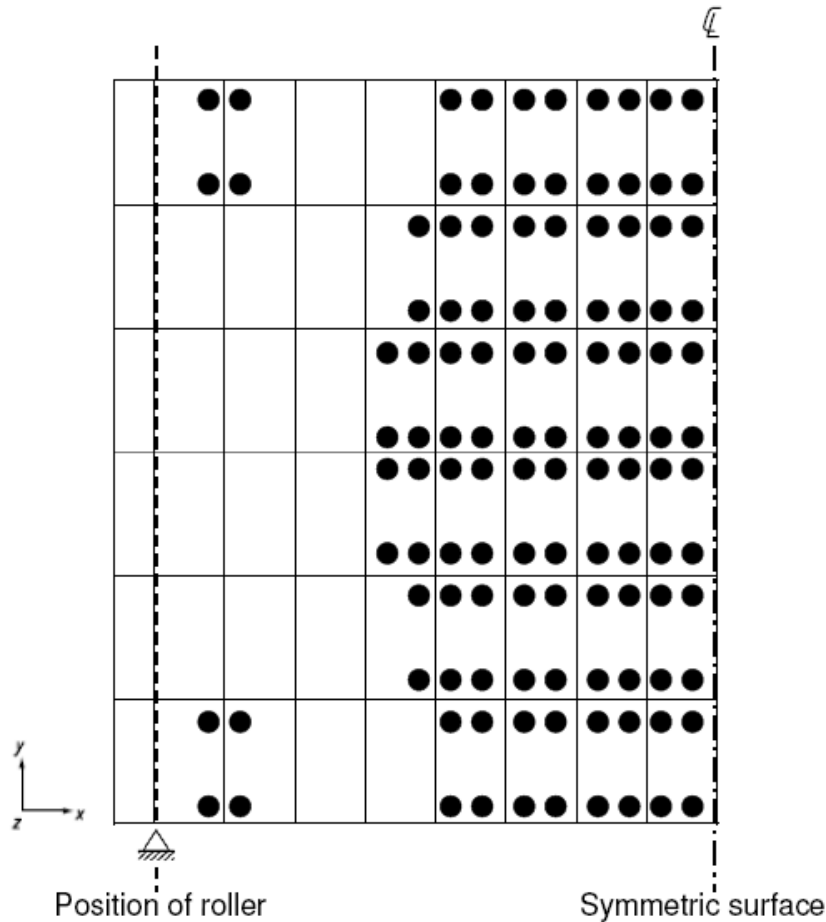


【圖 8】FRP 補強 PC 版彎矩 VS. 跨徑中點預力鋼絞線應變曲線

4.2 破壞模式比較

由破壞模式探討，實驗試體最終破壞模式，屬構件跨徑中點混凝土壓碎以及 FRP 補

強纖維撕裂之拉力破壞模式；該破壞模式與數值分析模型開裂處產生之應力積分點位置相符如【圖 9】，可驗證力學試驗與數值分析破壞模式一致。



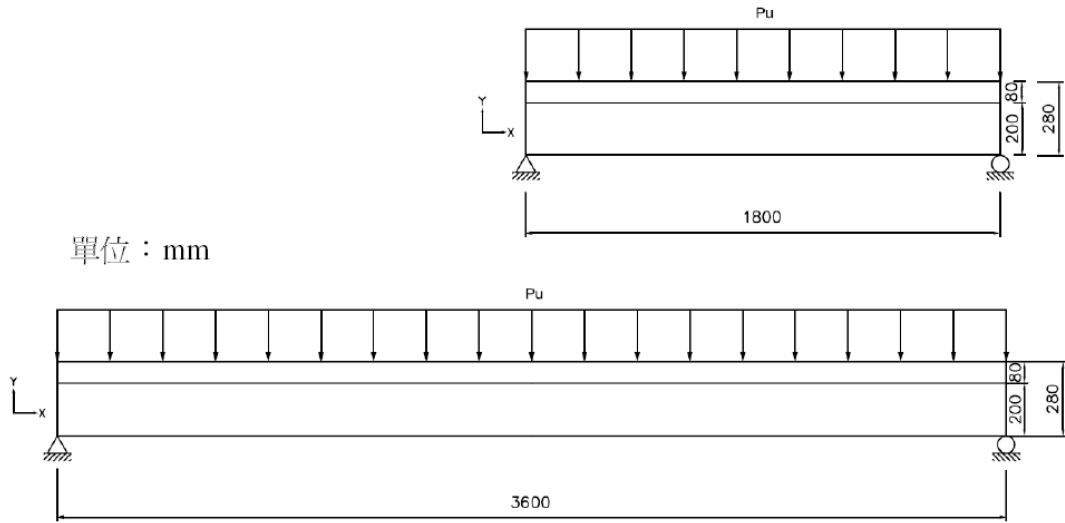
【圖 9】FRP 補強 PC 版底面混凝土外緣應力裂縫圖

綜觀上述結論，足以驗證所使用之預力混凝土數值模型，具有相當的準確性；據此本文延伸此數值分析模式，進而模擬及預測預力混凝土 T 形梁使用 FRP 複合疊層材料補強前後之預力混凝土構件行為 [27-30]。

五、預力混凝土 T 形梁數值分析

5.1 數值模型結構尺寸

預力混凝土 T 形梁數值分析結構尺寸如【圖 10】所示，依據 ACI 318-99 對於 T 形梁斷面有效翼版寬度規範限制，建立數值模型結構尺寸為 T 型預力長梁長 3600mm、梁深 280mm、翼版寬度 400mm、翼版厚度 80mm；T 型預力短梁分析模型，建模結構尺寸梁長為 1800mm 其餘各部尺寸同長梁。預力混凝土 T 形梁邊界條件為簡支承型式，翼版上方平面承受均佈載重 p_u (Force Per Unit Area)。



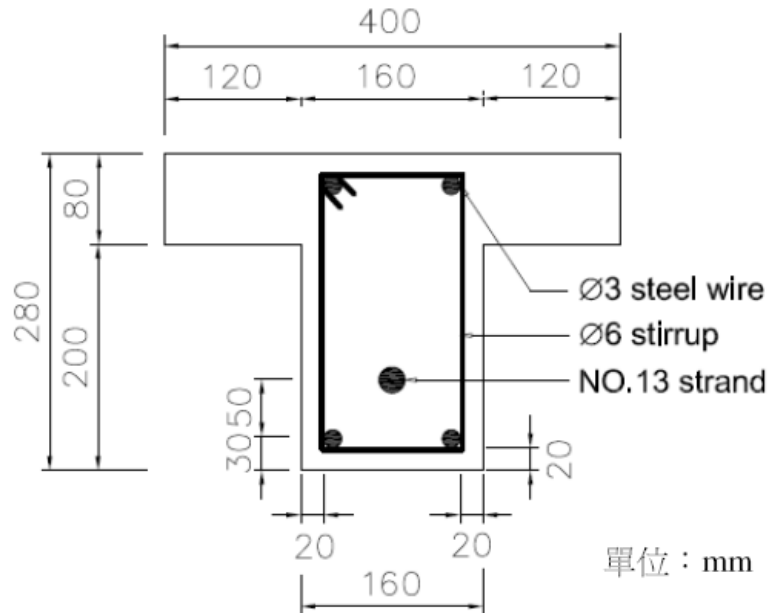
單位：mm

【圖 10】預力混凝土 T 形梁數值分析各部結構尺寸

5.2 數值模型材料參數

T 形預力混凝土梁中，佈設單束 13 號預力鋼絞線傳遞預應力，鋼筋之配置為直徑 6mm 的箍筋，沿梁之縱向每隔 150mm 間距配置，

用以承受剪力，並於梁斷面四個角隅，配置直徑 3mm 的角隅鋼筋，用以固定箍筋並分擔部分構件內部應力，T 形預力混凝土梁斷面如【圖 11】。



單位：mm

【圖 11】預力混凝土 T 形梁斷面尺寸及配置圖

混凝土、預力鋼腱、鋼筋的材料參數 [24]：

混凝土： $f'_c = 37.1\text{MPa}$

13 號預力鋼絞線： $E_{ps} = 200000\text{MPa}$ ，

$\sigma_y = 1618\text{MPa}$ ， $\sigma_u = 1860\text{MPa}$

箍筋、角隅鋼筋： $E_s = 200000\text{MPa}$ ，

$\sigma_y = 414\text{MPa}$

探討不同初始預力值下的狀況，將預力混凝土 T 形梁所施加的預力分為 3 種情形，分別為達預力鋼絞線極限強度 70% ($\sigma_p = 0.7 \times \sigma_u = 1300\text{MPa}$)，設為高預拉應力 $1\sigma_p = 1300\text{MPa}$ 、中預拉應力 $0.6\sigma_p = 780\text{MPa}$ 及低預拉應力 $0.2\sigma_p = 260\text{MPa}$ 。

利用 FRP 複合材料補強預力混凝土 T 形梁

時，所採用的複合材料為 AS4/3501-6 Carbon/Epoxy，其材料性質與強度如下 [24]：

(1) 材料性質： $E_{11} = 142\text{GPa}$ ， $E_{22} = 10.3\text{GPa}$ ，

$G_{12} = 7.2\text{GPa}$ ， $\nu_{12} = 0.27$ ，

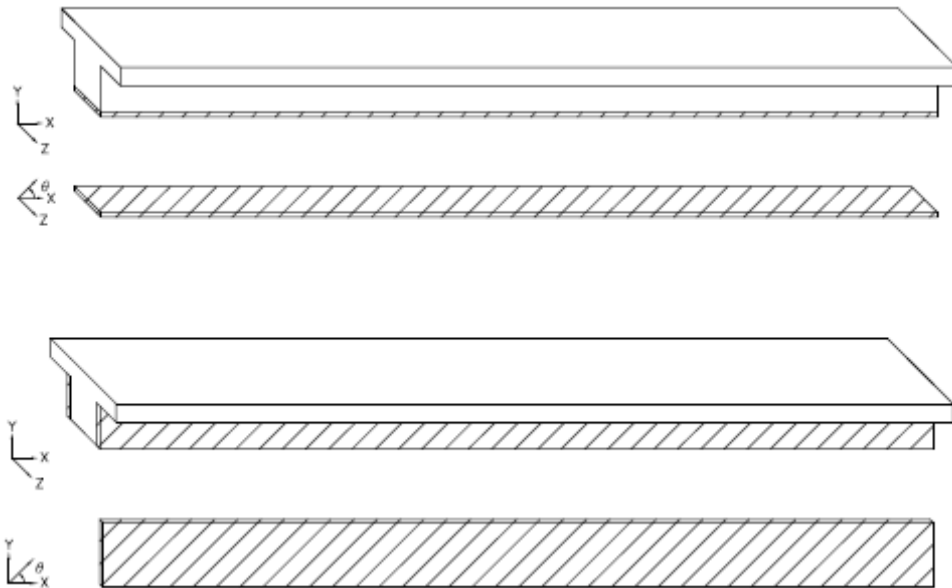
$S_{6666} = 4.63962E - 25\text{Pa}^{-3}$

(2) 極限強度： $X_{ut} = 2280\text{MPa}$ ，

$X_{uc} = -1440\text{MPa}$ ， $Y_{ut} = 57\text{MPa}$ ，

$Y_{uc} = -228\text{MPa}$ ， $S = 71\text{MPa}$

FRP 貼片補強主要分為 2 種方式，一為貼補強於預力混凝土 T 形梁的底部，纖維方向平行於梁的軸向 x 方向設為 0 度，逆時針方向為正方向；另一種則補強於預力混凝土 T 形梁腹左右兩側，纖維方向平行於 x 軸方向設為 0 度，逆時針方向為正方向如【圖 12】，本文參數分析纖維角度有 $\pm 0^\circ$ 、 $\pm 30^\circ$ 、 $\pm 45^\circ$ 、 $\pm 60^\circ$ 、 $\pm 90^\circ$



【圖 12】預力混凝土 T 形梁底面及梁腹側面補強纖維方向示意圖

5.3 數值分析模型收斂性分析

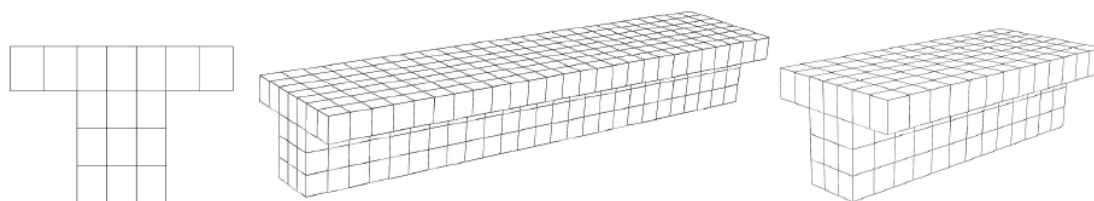
依選定之 T 形梁斷面，對於不同跨徑之長梁及短梁，建立不同之有限元素數值模形網格

分割，利用數值收斂特性，以求得最佳建模網格分割方式。為明確得到相同結構尺寸構件收斂特徵，於數值分析模擬時，整體構件材料選定為混凝土材質，使用 Kim (2008) 文獻之混

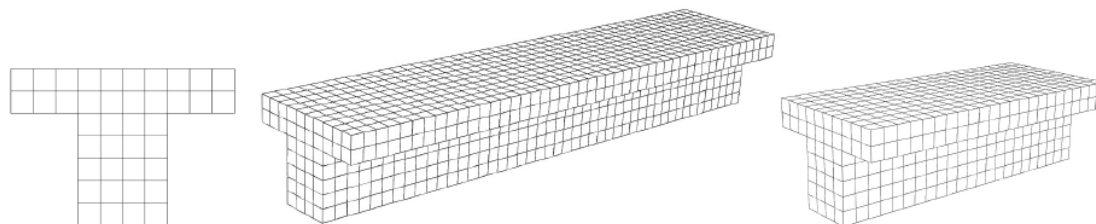
混凝土材料參數[26]；針對結構中點變位置及極限承載應力值，為收斂分析觀察指標。依據結構幾何及邊界條件對稱特性，長梁與短梁數值模形建立，均以梁中點斷面為對稱面取半建立模形。

本文共建立 4 種不同網格模形進行分析，【圖 13】T 形長梁總元素個數為 560 個、T

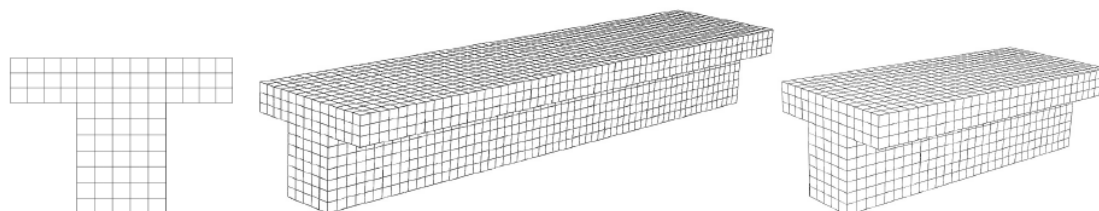
形短梁總元素個數為 280 個，【圖 14】T 形長梁總元素個數為 1840 個、T 形短梁總元素個數為 920 個，【圖 15】T 形長梁總元素個數為 4440 個、T 形短梁總元素個數為 2220 個，【圖 16】T 形長梁總元素個數為 6912 個、T 形短梁總元素個數為 3456 個。



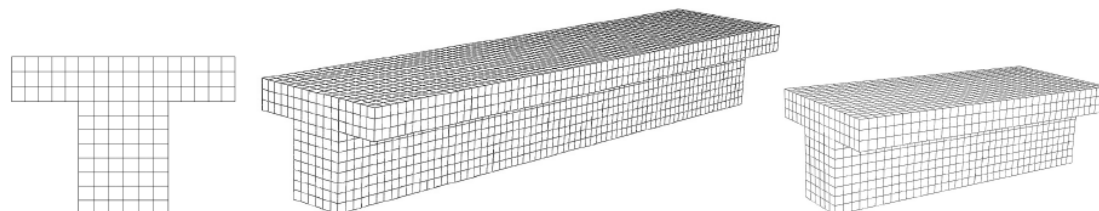
【圖 13】T 形長梁 560Elements、T 形短梁 280Elements



【圖 14】T 形長梁 1840Elements、T 形短梁 920Elements



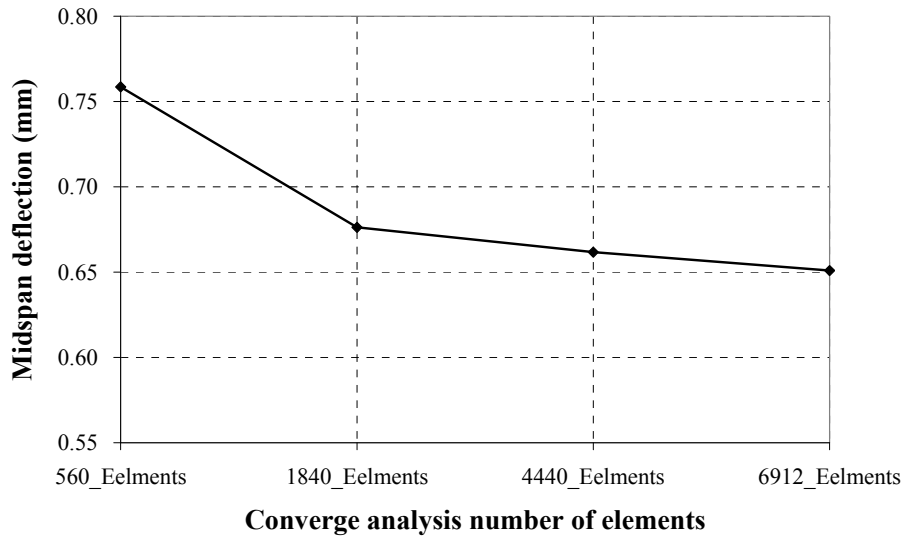
【圖 15】T 形長梁 4440Elements、T 形短梁 2220Elements



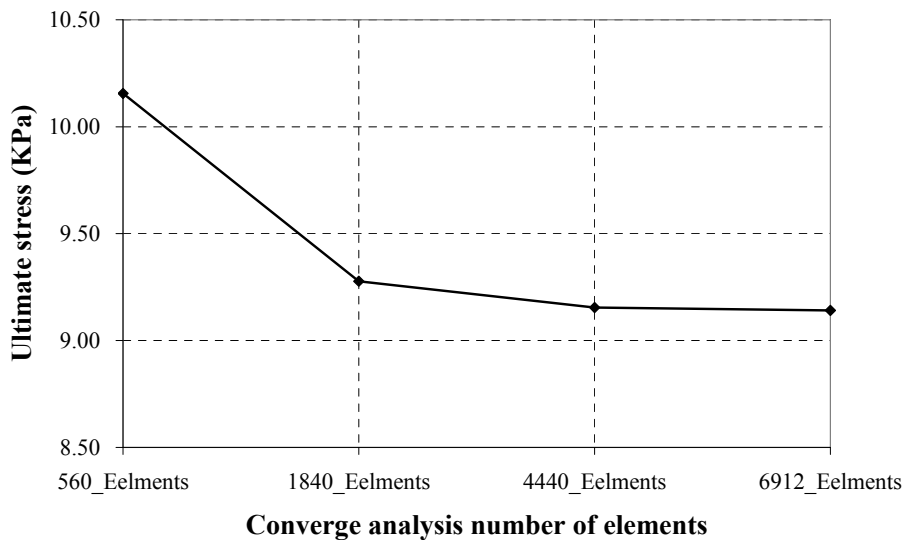
【圖 16】T 形長梁 6912Elements、T 形短梁 3456Elements

觀察【圖 17】、【圖 18】T 形混凝土長梁中點變位量及極限承載應力值與建模元素個數之關係；當數值模形元素總個數為 1840，與較細網格分割元素總個數為 6912 時，結構中點變位量誤差為 2.62%、極限承載應力值誤差為 5.25%。由【圖 19】、【圖 20】T 形混凝土短梁收斂分析趨勢，當數值模形元素總個數

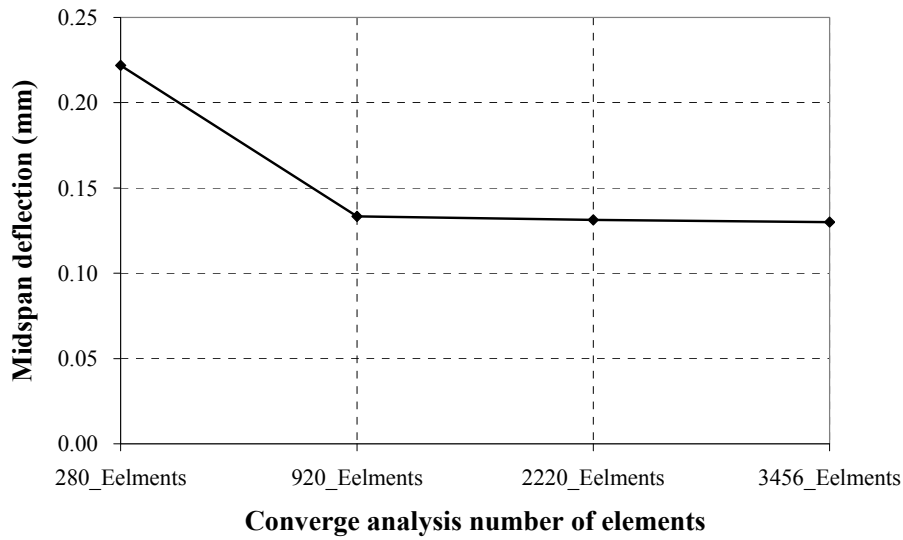
為 920，與較細網格分割總元素個數為 3456 時，中點變位量誤差為 3.90%、極限承載應力值誤差為 1.50%。經由上述收斂分析特性，可確立本文後續之 FPR 補強預力混凝土構件數值分析網格模形，T 形預力混凝土長梁 MESH 總元素個數為 1840；T 形預力混凝土短梁 MESH 總元素個數為 920。



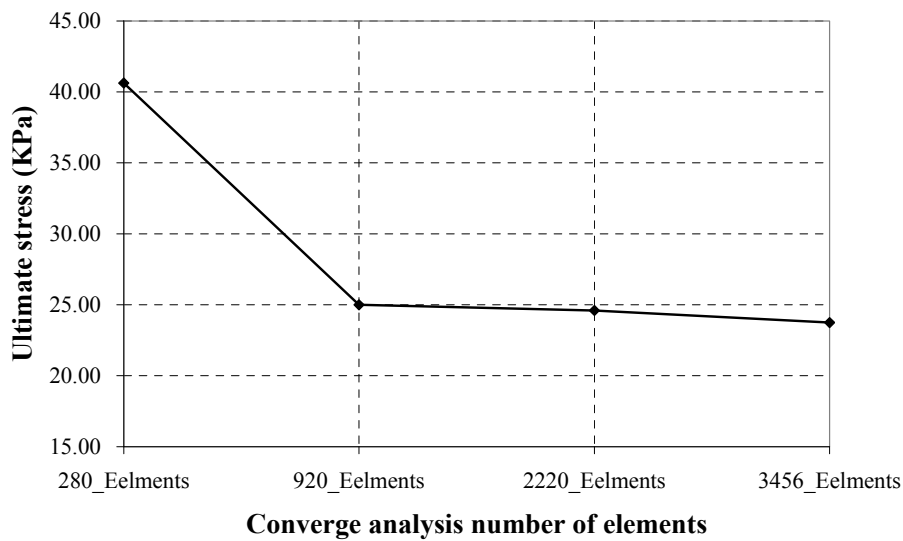
【圖 17】T 形長梁不同 MESH 之結構中點變位比較圖



【圖 18】T 形長梁不同 MESH 之極限承載應力比較圖



【圖 19】T 形短梁不同 MESH 之結構中點變位比較圖



【圖 20】T 形短梁不同 MESH 之極限承載應力比較圖

5.4 預力混凝土 T 形梁數值分析模型

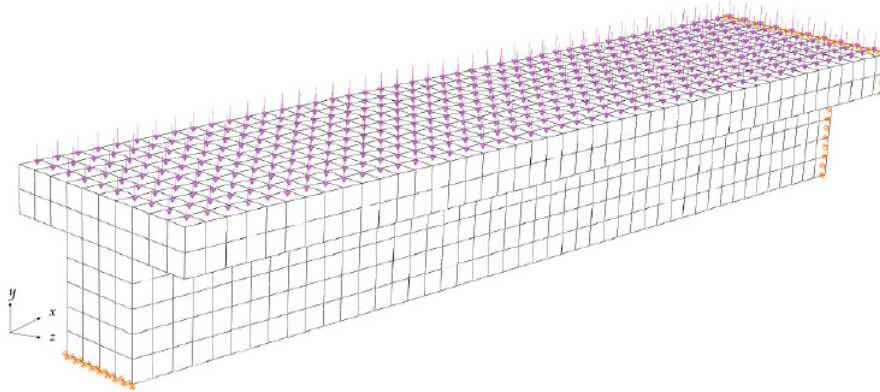
預力混凝土 T 形梁數值模型配合結構對稱條件與邊界條件，梁中點斷面為對稱面，沿梁的縱向取一半結構進行有限元素分析。數值分析所使用的元素為 ABAQUS 軟體中 C3D20R 元素來模擬，該元素為 20 個節點之

降階積分固體元素，每個節點均有 3 個自由度。文中對於鋼筋及預力鋼絞線於數值模形中模擬，均假設為等值單軸材料塗層，通過模擬混凝土元素斷面，且不考慮鋼筋、預力鋼絞線與混凝土間相對滑移。為求適當描述預力構件中鋼筋、預力鋼絞線與混凝土間組成行為，於分析模式中明確給定每一層鋼筋、預力鋼絞線

在每一元素內的斷面積、間距、位置與方向。

預力混凝土 T 形長梁數值模型，總共有 1840 個元素，沿 x 軸方向 46 個元素、沿 y 軸方向 7 個元素、沿 z 軸方向翼版 10 個元素、梁腹 4 個元素如【圖 21】。參數分析長梁模型

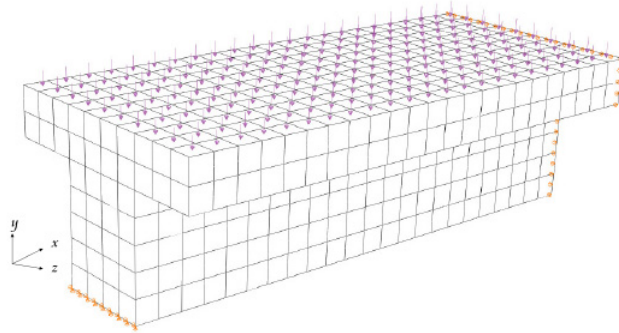
定義，依不同之初始預應力分別為 T_Long_02P ($0.2\sigma_p = 260\text{MPa}$)、 T_Long_06P ($0.6\sigma_p = 780\text{MPa}$)、 T_Long_1P ($1\sigma_p = 1300\text{MPa}$)。



【圖 21】預力混凝土 T 形長梁 MESH 圖 (1840 Elements)

預力混凝土 T 形短梁數值模型，總共有 920 個元素，沿 x 軸方向 23 個元素、沿 y 軸及 z 軸方向同長梁如【圖 22】，參數分析短梁

模型定義，依不同之初始預應力分別為 T_Short_02P 、 T_Short_06P 、 T_Short_1P 。



【圖 22】預力混凝土 T 形短梁 MESH 圖 (920 Elements)

複合材料 FRP 的厚度與 PC 梁斷面尺寸相比較相差甚鉅，因此利用 ABAQUS 中的 S8R 薄殼元素模擬，該殼元素具有 8 個節點、4 個積分點，每一層厚度為 0.14mm。梁底補強黏貼複合材料時，長梁底部殼元素共有 $4 \times 46 = 184$ 個、短梁底部殼元素共有

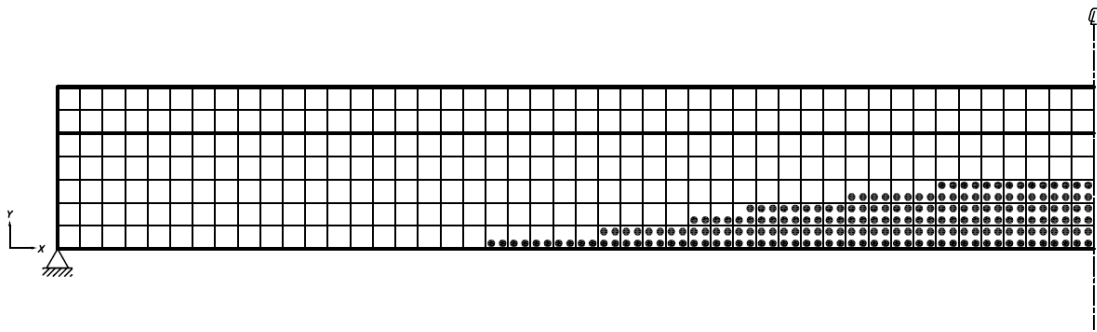
$4 \times 23 = 92$ 個。梁腹兩側補強複合材料時，長梁每一側殼元素共有 $5 \times 46 = 230$ 個、短梁每一側殼元素共有 $5 \times 23 = 115$ 個。因考量現實 FRP 結構補強施工，均盡量避免 FRP 脫層之早發性破壞現象，假設殼元素與梁底面與側面完美黏結，無相對滑動。進行參數分析時，依

不同層數 FRP 補強材料黏貼， $N = 0$ 表示未補強， $N = 1, 2, 3, 4$ 表示疊層材料黏貼補強由 1 層至 4 層。補強型式為梁底補強時，則於分析模型前加 *BS* 標記，如 *BS_T_Long*；補強型式為梁腹側面補強時，則於分析模型前加 *LS* 標記，如 *LS_T_Long*。

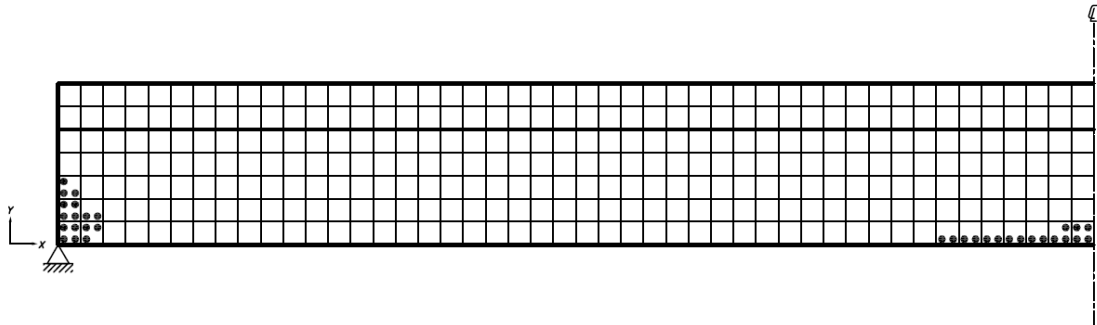
5.5 未補強預力混凝土 T 形梁分析

未補強預力混凝土 T 形長梁，承受極限載

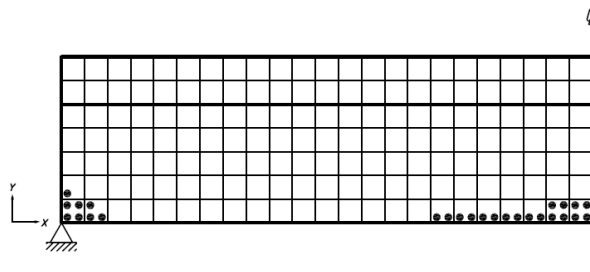
重時裂縫由梁底面中點先產生，該處有明顯裂縫點數量，參照裂縫分析【圖 23】破壞模式為跨徑中點處斷面混凝土達極限壓應力，致混凝土壓碎之撓曲破壞模式，此時預力鋼絞線及鋼筋均未達降伏應力。未補強預力混凝土 T 形短梁，達極限載重時，由構件支承位置梁底下緣先產生裂縫積分點再往中性軸方向延伸，參照裂縫分析【圖 24】該處斷面之預力鋼絞線達降伏，且混凝土應力已超過抗拉強度，屬剪拉破壞模式。



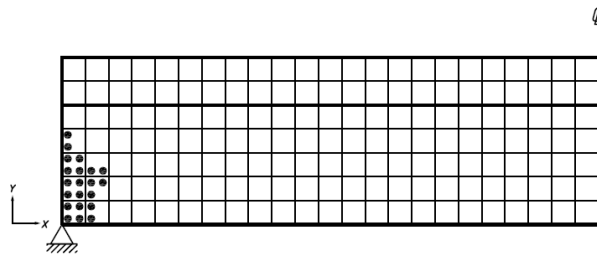
【圖 23_A】T_Long_02P 未補強 PC 長梁應力裂縫圖



【圖 23_B】T_Long_1P 未補強 PC 長梁應力裂縫圖



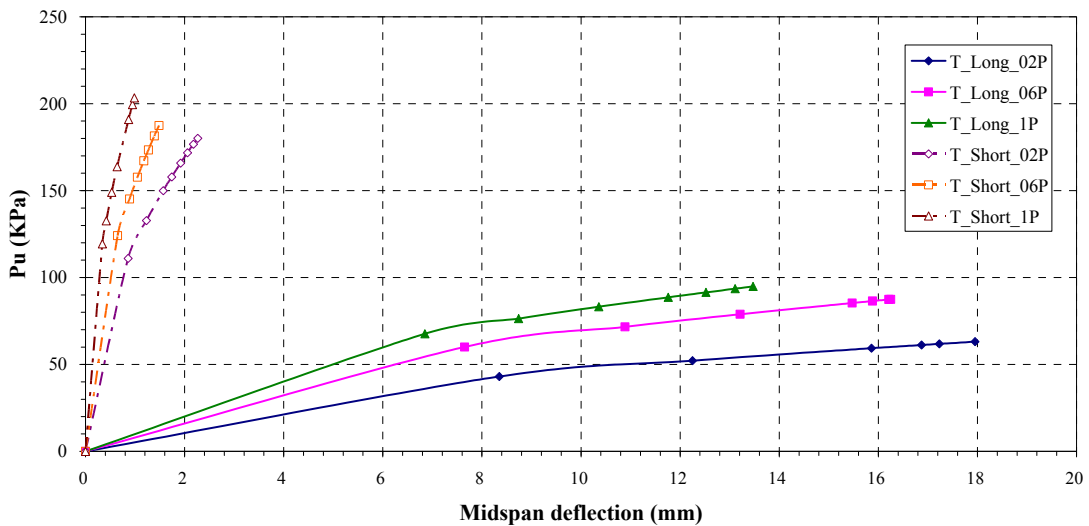
【圖 24_A】T_Short_02P 未補強 PC 短梁應力裂縫圖



【圖 24_B】T_Short_1P 未補強 PC 短梁應力裂縫圖

由【圖 25】中呈現，長梁極限載重均比短梁要小許多，例如 T_Short_02P 極限載重 180.10MPa 比 T_Long_02P 極限載重 63.13MPa 要高 285.3%，為長梁抵抗彎矩的能力比短梁

要差。不同初始預力值下，可看出初始預力越大，則極限載重越大；且初始預力對於長梁極限載重增長，明顯高於短梁。

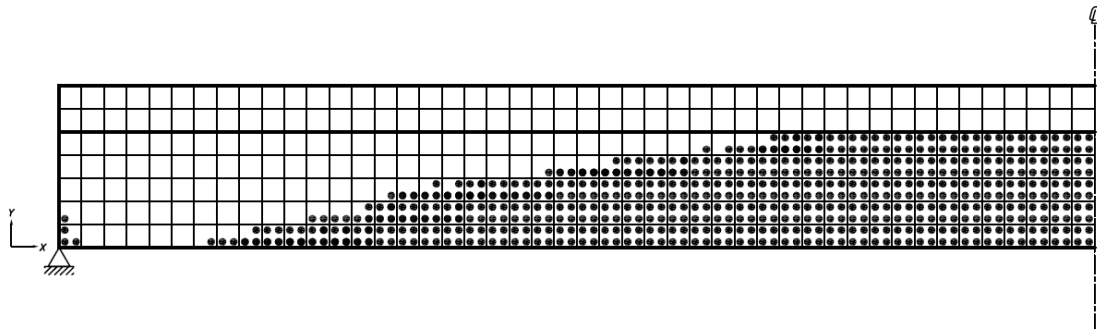


【圖 25】未補強 T 型預力梁極限載重 VS. 中點變位之關係曲線

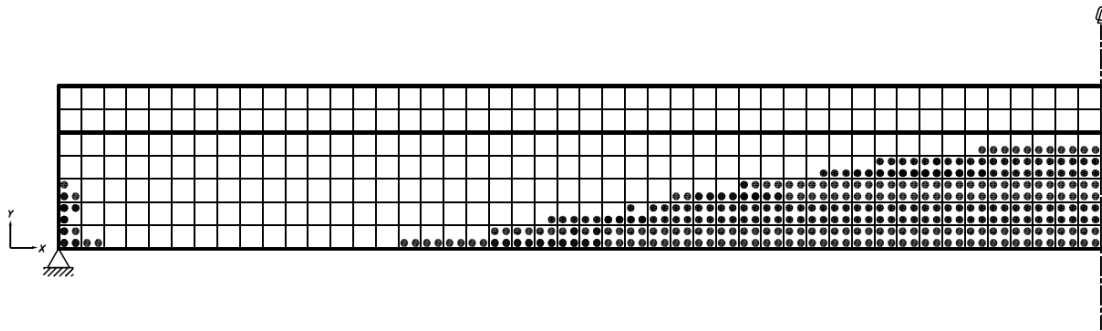
5.6 預力混凝土 T 形梁底面補強分析

使用 FRP 疊層材補強預力混凝土構件於極限載重分析過程，利用 Tsai–Wu 破壞準則並配合最大應變準則，當 FRP 疊層材達到最大之應變量時纖維撕裂，導致整體構件失敗；當 FRP 梁底面補強時，PC 構件中預力鋼絞線

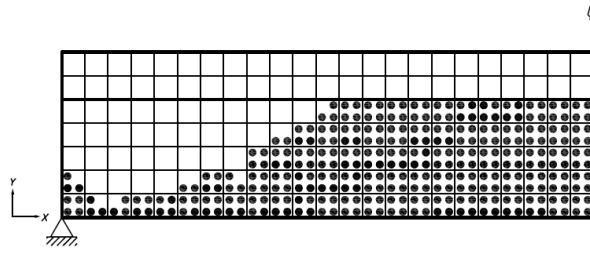
及鋼筋均達降伏且混凝土達極限壓應力，此時破壞模式為混凝土壓應變破壞且鋼材降伏。參照裂縫分析【圖 26】至【圖 29】，裂縫積分點發生位置除長梁低預力量時於梁中點底部，屬彎矩造成之撓曲破壞模式；其餘情形裂縫積分點產生位置為梁底中點、支承處及預力鋼絞線端部錨定區，此為彎矩與剪力聯合破壞模式。



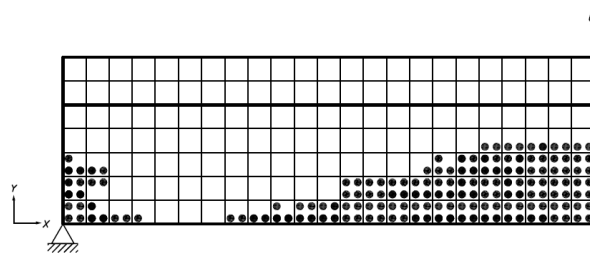
【圖 26】BS_T_Long_02P_4N 底面補強 PC 長梁應力裂縫圖



【圖 27】BS_T_Long_1P_4N 底面補強 PC 長梁應力裂縫圖



【圖 28】BS_T_Short_02P_4N 底面補強 PC 短梁應力裂縫圖



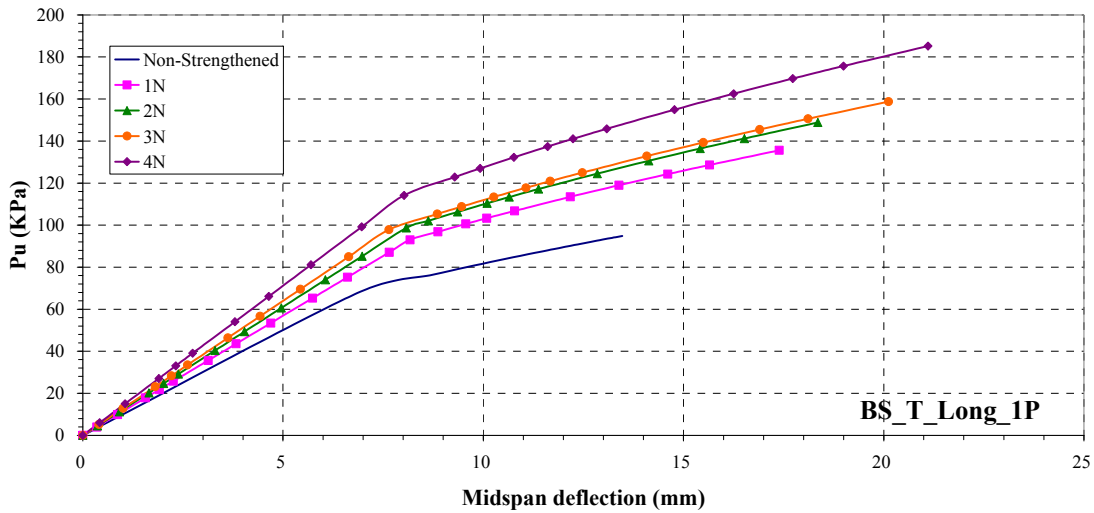
【圖 29】BS_T_Short_1P_4N 底面補強 PC 短梁應力裂縫圖

將複合材料貼至梁底面，可明顯提昇預力混凝土 T 型梁抵抗彎矩的能力。每層 FRP 厚

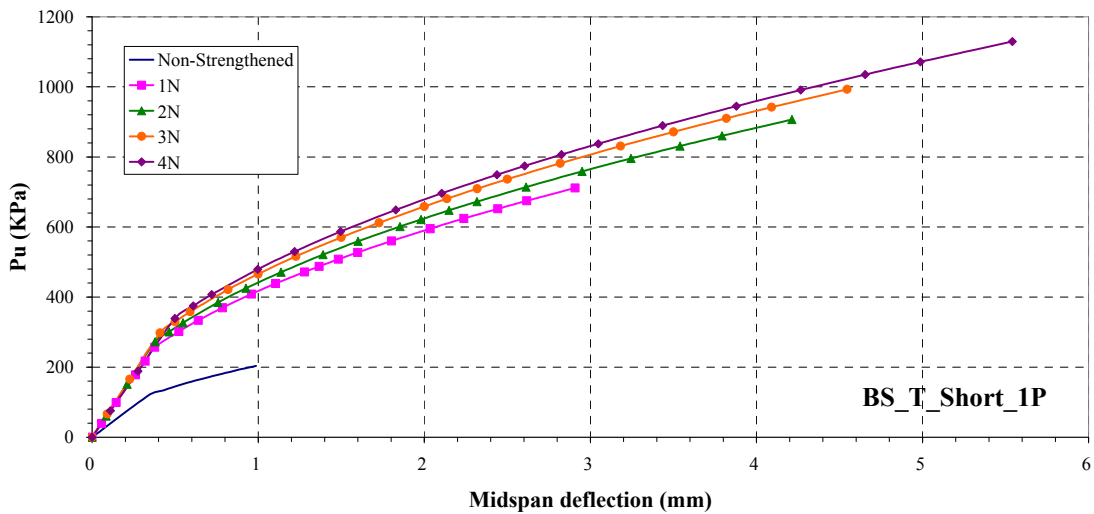
度為 0.14mm，疊層板是由纖維角度均為 0 度之單層板組合而成，以 $[0]_N$ 表示，其中 N 代

表層數， $N = 1, 2, 3, 4$ 。預力混凝土 T 形梁的極限載重隨著 FRP 層數增加而漸增，無論為長梁或短梁型態，由【圖 30】、【圖 31】可得

當層數增加時，可以承受的均佈極限載重越大，表示補強的效果越好。



【圖 30】 $[0]_N$ 長梁底面補強，載重 VS. 中點變位曲線（初始預力 $1.0\sigma_p$ ）



【圖 31】 $[0]_N$ 短梁底面補強，載重 VS. 中點變位曲線（初始預力 $1.0\sigma_p$ ）

5.7 預力混凝土 T 形梁腹版兩側補強分析

FRP 疊層材補強於梁腹兩側時，破壞控制條件為 FRP 疊層材纖維先撕裂，而構件中混凝土亦達到極限壓應力，但構件中預力鋼絞線

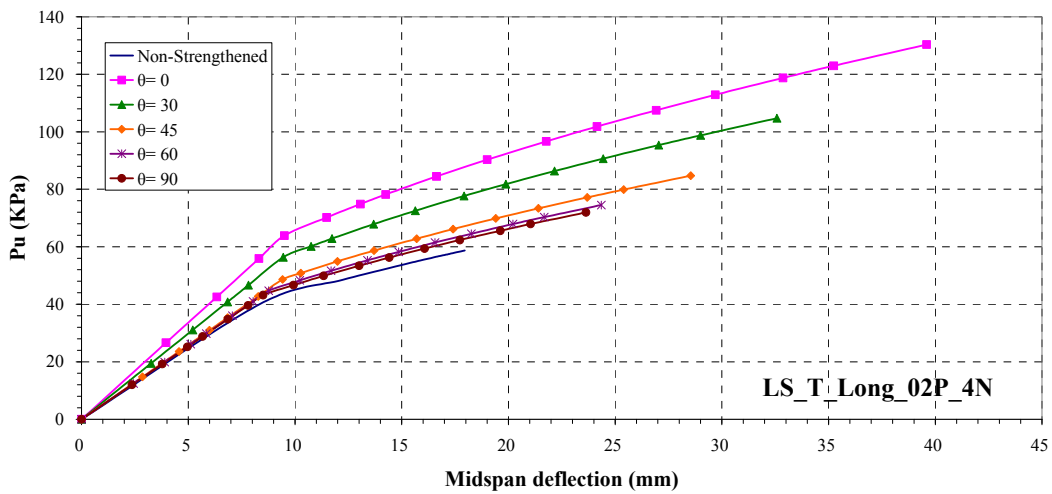
及鋼筋均未達降伏，此破壞模式為混凝土壓應變破壞且鋼材未降伏模式。

將複合材料貼於梁腹兩側，可增加 T 形預力混凝土梁對於剪力破壞的抵抗能力。FRP 兩側補強黏貼不同之層數，每種疊層數均轉換不

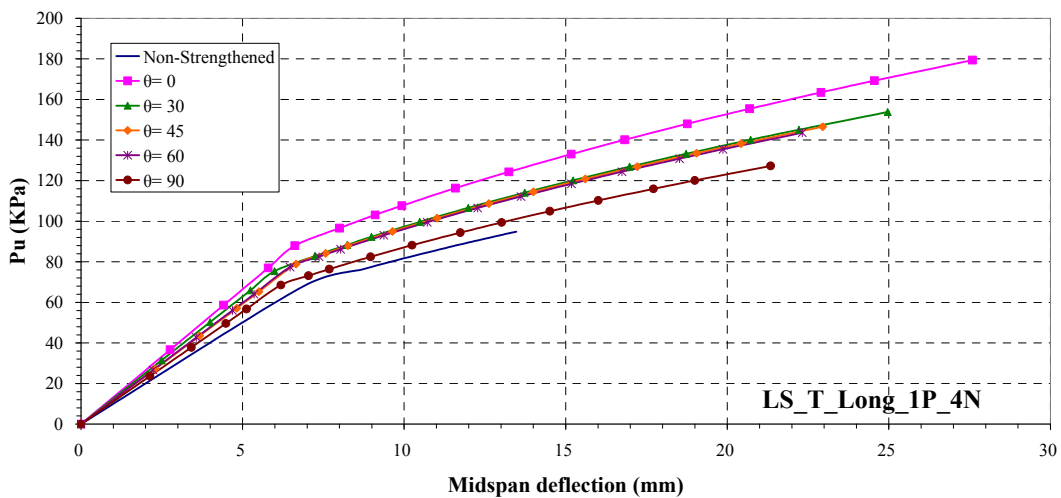
同之 FRP 纖維角度，以了解側面補強成效，並期找出 FRP 補強之最佳纖維角度。纖維角度及疊層數標記為 $[\pm\theta]_N$ ，其中 $\theta = \pm 0^\circ, \pm 30^\circ, \pm 45^\circ, \pm 60^\circ, \pm 90^\circ$ 五種角度及 $N = 1, 2, 3, 4$ 四種層數進行參數分析。

【圖 32】、【圖 33】為 T 形預力混凝土長梁腹版兩側補強，不同初始預力極限載重與中點變位關係曲線；【圖 34】、【圖 35】則為短梁腹版兩側補強關係曲線。各圖形均顯示，當 T

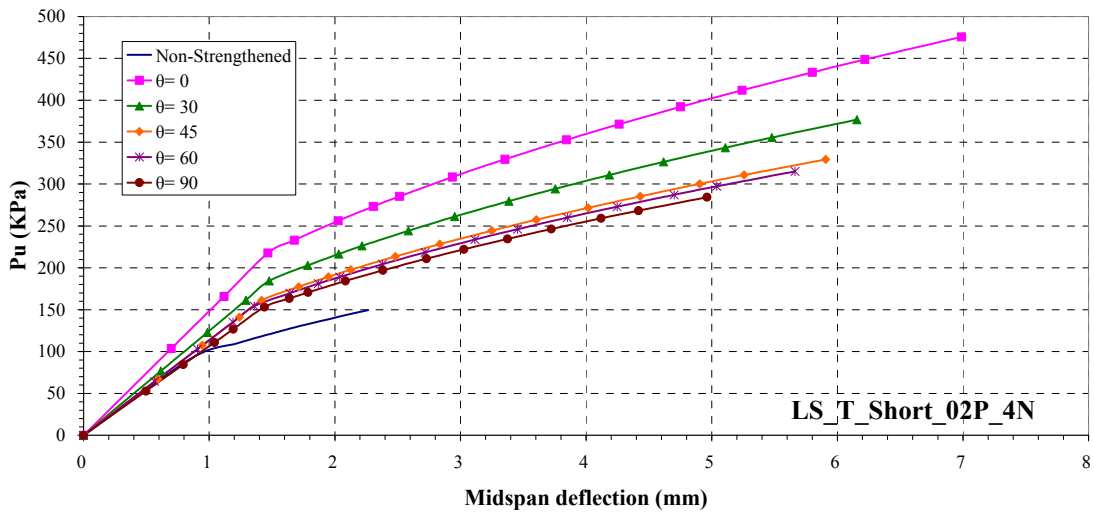
形預力混凝土梁側面補強時，當 FRP 纖維角度為 $\pm 0^\circ$ 度時均較其它纖維角度具有較高之極限承載力，此纖維角度正好為 PC 梁預力施加軸向，因此複合材料側面補強的最佳纖維角度，應與預力主應力方向有高度正相關性。但隨著纖維角度增加，其構件之中點變位量減少且極限承載力降低，當 FRP 纖維角度為 $\pm 90^\circ$ ，即與預力鋼絞線線型方向垂直，側面補強效果最差。



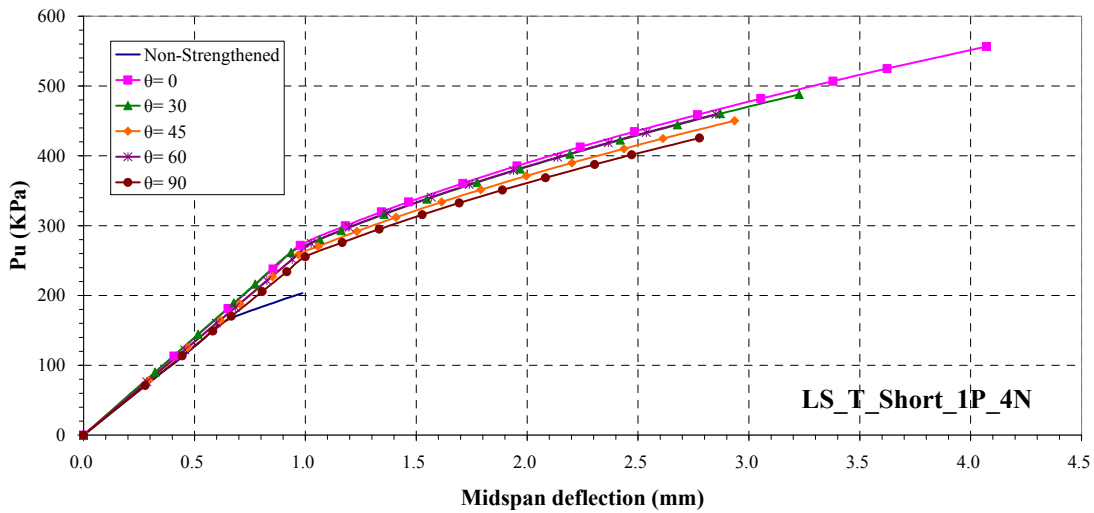
【圖 32】 $[\theta]_4$ 長梁側面補強，載重 VS. 中點變位曲線 (初始預力 $0.2\sigma_p$)



【圖 33】 $[\theta]_4$ 長梁側面補強，載重 VS. 中點變位曲線 (初始預力 $1.0\sigma_p$)



【圖 34】 $[\theta]_4$ 短梁側面補強，載重 VS. 中點變位曲線 (初始預力 $0.2\sigma_p$)



【圖 35】 $[\theta]_4$ 短梁側面補強，載重 VS. 中點變位曲線 (初始預力 $1.0\sigma_p$)

5.8 補強梁底面及梁腹版兩側極限載重比較

由【表 1】至【表 4】中增率變化量，為 PC 梁經 FRP 補強後與原未補強 PC 梁之增加百分率。藉由各種補強參數分析，PC 梁極限應力增率增加，主因為當 PC 構件經 FRP 補強後，最終破壞控制條件為 FRP 纖維撕裂之拉力破壞，故 PC 梁斷面可充分發揮拉力區鋼材之材料特性，

提升斷面抵抗彎矩能力，使整體構件極限載重增加。另經 FRP 補強後之 PC 構件，由於 FRP 纖維抗拉能力及延展性，有助於整體構件結構韌性增加，故當構件承受極限載重時梁中點變位量，均較未經補強 PC 梁中點變位量增加。

複合材料補強底面和側面的差異，均以 FRP 補強 4 層，纖維角度 0 度為基準，初始預力量由低至高分別比較。對於長梁補強底面的極限載重增加率約在 95.3%~141.4%之間，補強側面的極限載重增加率約在 89.2~106.5%之間；對短梁而

言，補強底面的極限載重增加率約在 約在 163.9~173.7%之間。
318.6~396.0%之間，補強側面的極限載重增加率

【表 1】T 形 PC 長梁與短梁底面補強不同疊層數之增率關係表

FRP層數	BS_T_Long_底面補強T形預力混凝土長樑				BS_T_Short_底面補強T形預力混凝土短樑			
	極限應力(kpa)	極限應力增率(%)	中點變位(mm)	中點變位增率(%)	極限應力(kpa)	極限應力增率(%)	中點變位(mm)	中點變位增率(%)
	BS_T_Long_02P				BS_T_Short_02P			
0	63.13	0.00	17.950	0.00	180.10	0.00	2.265	0.00
1	108.22	71.44	34.573	92.61	378.21	110.00	12.881	468.72
2	115.44	82.87	36.294	102.19	617.24	242.72	13.718	505.65
3	144.30	128.59	45.177	151.68	648.36	260.00	16.083	610.06
4	152.36	141.36	52.264	191.16	764.34	324.40	17.048	652.67
	BS_T_Long_06P				BS_T_Short_06P			
0	87.50	0.00	16.250	0.00	187.50	0.00	1.485	0.00
1	141.07	61.22	30.525	87.85	456.75	143.60	9.808	560.50
2	164.33	87.81	39.006	140.04	600.59	220.31	10.548	610.28
3	169.59	93.82	43.572	168.14	694.61	270.46	10.869	631.91
4	174.38	99.29	47.162	190.23	784.88	318.60	11.333	663.19
	BS_T_Long_1P				BS_T_Short_1P			
0	94.85	0.00	13.470	0.00	203.30	0.00	0.987	0.00
1	135.59	42.96	17.390	29.10	658.64	223.97	2.908	194.79
2	148.82	56.91	18.355	36.27	906.70	345.99	4.214	327.16
3	158.74	67.37	20.122	49.38	992.98	388.43	4.546	360.80
4	185.20	95.26	21.106	56.69	1,008.42	396.03	5.541	461.70

【表 2】T 形 PC 長梁與短梁側面補強不同疊層數之增率關係表 (初始預力 $0.2\sigma_p$)

FRP纖維角度 (θ)	LS_T_Long_02P_側面補強T形預力混凝土長樑				LS_T_Short_02P_側面補強T形預力混凝土短樑			
	極限應力(kpa)	極限應力增率(%)	中點變位(mm)	中點變位增率(%)	極限應力(kpa)	極限應力增率(%)	中點變位(mm)	中點變位增率(%)
	LS_T_Long_02P				LS_T_Short_02P			
未補強	63.13		17.950		180.10		2.265	
	LS_T_Long_02P_1N				LS_T_Short_02P_1N			
0	90.27	43.01	29.330	63.40	325.12	80.52	4.949	118.48
30	79.39	25.77	25.938	44.50	317.73	76.42	4.392	93.92
45	73.17	15.92	25.082	39.73	274.40	52.36	4.041	78.40
60	65.84	4.31	21.184	18.02	264.19	46.69	3.955	74.63
90	65.31	3.46	19.743	9.99	228.54	26.90	3.160	39.51
	LS_T_Long_02P_2N				LS_T_Short_02P_2N			
0	105.97	67.87	30.784	71.50	378.21	110.00	6.218	174.53
30	85.43	35.33	27.315	52.17	372.40	106.78	5.620	148.11
45	79.88	26.54	26.952	50.15	313.81	74.24	5.150	127.35
60	67.64	7.15	21.615	20.42	295.51	64.08	4.970	119.41
90	67.32	6.64	19.714	9.83	252.14	40.00	3.742	65.22
	LS_T_Long_02P_3N				LS_T_Short_02P_3N			
0	119.59	89.46	36.140	101.34	432.85	140.34	6.699	195.78
30	94.88	50.30	30.575	70.33	386.78	114.76	6.123	170.33
45	80.59	27.67	28.611	59.39	324.63	80.25	5.760	154.31
60	75.38	19.42	23.272	29.65	300.44	66.82	5.372	137.18
90	70.24	11.28	21.639	20.55	265.44	47.38	4.451	96.49
	LS_T_Long_02P_4N				LS_T_Short_02P_4N			
0	130.33	106.46	39.593	120.57	475.64	164.10	6.988	208.54
30	104.70	65.86	32.583	81.52	376.88	109.26	6.155	171.75
45	78.43	24.24	28.540	59.00	329.44	82.92	5.907	160.81
60	74.53	18.07	24.352	35.67	315.16	74.99	5.663	150.03
90	71.98	14.02	23.636	31.68	284.34	57.88	4.963	119.11

【表 3】T 形 PC 長梁與短梁側面補強不同疊層數之增率關係表 (初始預力 $0.6\sigma_p$)

FRP纖維角度 (θ)	LS_T_Long_06P_側面補強T形預力混凝土長樑				LS_T_Short_06P_側面補強T形預力混凝土短樑			
	極限應力(kpa)	極限應力增率(%)	中點變位(mm)	中點變位增率(%)	極限應力(kpa)	極限應力增率(%)	中點變位(mm)	中點變位增率(%)
	LS_T_Long_06P				LS_T_Short_06P			
未補強	87.50		16.250		187.50		1.485	
	LS_T_Long_06P_1N				LS_T_Short_06P_1N			
0	132.67	51.62	29.076	78.93	397.07	111.77	3.548	138.94
30	113.51	29.73	25.145	54.74	335.11	78.73	3.266	119.92
45	109.54	25.19	24.775	52.46	307.41	63.95	3.039	104.66
60	105.41	20.47	23.933	47.28	291.41	55.42	2.780	87.19
90	96.58	10.38	20.443	25.80	276.65	47.54	2.724	83.43
	LS_T_Long_06P_2N				LS_T_Short_06P_2N			
0	154.61	76.70	41.377	154.63	464.84	147.92	4.598	209.65
30	125.14	43.01	34.113	109.93	381.84	103.65	4.139	178.75
45	121.76	39.15	32.840	102.09	341.80	82.29	3.830	157.92
60	117.41	34.18	31.174	91.84	320.45	70.91	3.401	129.03
90	101.46	15.96	24.132	48.51	306.36	63.39	3.278	120.75
	LS_T_Long_06P_3N				LS_T_Short_06P_3N			
0	170.46	94.81	40.984	152.21	464.84	147.92	4.974	234.97
30	144.93	65.64	36.096	122.13	381.84	103.65	4.446	199.42
45	130.85	49.54	32.704	101.26	341.80	82.29	3.908	163.19
60	120.47	37.68	31.367	93.03	320.45	70.91	3.611	143.16
90	110.36	26.13	27.130	66.95	306.36	63.39	3.497	135.51
	LS_T_Long_06P_4N				LS_T_Short_06P_4N			
0	179.84	105.53	40.769	150.89	494.77	163.88	5.205	250.54
30	158.57	81.22	37.238	129.16	406.43	116.76	4.503	203.20
45	124.07	41.80	32.429	99.56	353.92	88.76	3.924	164.25
60	123.50	41.15	31.641	94.72	350.75	87.07	3.763	153.37
90	115.42	31.90	28.991	78.41	346.50	84.80	3.675	147.49

【表 4】T 形 PC 長梁與短梁側面補強不同疊層數之增率關係表 (初始預力 $1\sigma_p$)

FRP纖維角度 (θ)	LS_T_Long_1P_側面補強T形預力混凝土長樑				LS_T_Short_1P_側面補強T形預力混凝土短樑			
	極限應力(kpa)	極限應力增率(%)	中點變位(mm)	中點變位增率(%)	極限應力(kpa)	極限應力增率(%)	中點變位(mm)	中點變位增率(%)
	LS_T_Long_1P				LS_T_Short_1P			
未補強	94.85		13.470		203.30		0.987	
	LS_T_Long_1P_1N				LS_T_Short_1P_1N			
0	140.17	47.78	19.869	47.50	467.02	129.72	2.596	163.01
30	134.20	41.49	19.019	41.20	436.95	114.93	2.494	152.73
45	123.93	30.66	17.660	31.10	368.52	81.27	2.075	110.19
60	119.35	25.83	17.078	26.79	315.02	54.95	1.964	98.96
90	113.42	19.58	16.869	25.23	298.70	46.93	1.931	95.62
	LS_T_Long_1P_2N				LS_T_Short_1P_2N			
0	155.83	64.30	22.672	68.32	531.27	161.32	3.609	265.67
30	150.94	59.13	21.619	60.50	494.30	143.14	3.046	208.61
45	132.29	39.47	19.445	44.36	408.16	100.77	2.652	168.72
60	131.29	38.42	18.857	39.99	342.85	68.64	2.568	160.13
90	122.20	28.83	18.415	36.71	324.57	59.65	2.532	156.53
	LS_T_Long_1P_3N				LS_T_Short_1P_3N			
0	170.28	79.53	26.373	95.79	546.70	168.91	3.807	285.75
30	153.70	62.05	23.974	77.98	473.20	132.76	3.145	218.64
45	140.82	48.47	22.135	64.32	411.45	102.38	2.804	184.09
60	137.44	44.91	21.559	60.05	398.62	96.08	2.684	171.92
90	125.62	32.44	20.664	53.41	380.50	87.16	2.622	165.69
	LS_T_Long_1P_4N				LS_T_Short_1P_4N			
0	179.45	89.19	27.592	104.84	556.46	173.71	4.071	312.47
30	153.82	62.18	24.966	85.35	443.60	118.20	3.226	226.85
45	146.55	54.50	22.953	70.40	428.81	110.93	2.936	197.42
60	143.61	51.41	22.323	65.72	459.51	126.03	2.850	188.80
90	127.27	34.18	21.343	58.45	425.61	109.35	2.777	181.37

六、預力混凝土 T 形梁開裂破壞裂縫分析

預力混凝土梁之斜拉裂縫係由剪力、彎矩與軸壓之預應力聯合作用，因軸壓應力之存在，較鋼筋混凝土梁更可抑制斜拉裂縫之產生，即預力梁較鋼筋混凝土梁更不易造成剪力破壞。當預力混凝土梁受荷重時，通常於跨徑中點位置梁底下緣混凝土層會先產生開裂；本節針對複合材料補強前後，PC 構件隨著載重增加其裂縫發展之型式及延伸範圍，將 PC 構件混凝土外緣出現裂縫的積分點以黑點標示出來，以檢視整體之開裂破壞情形。

6.1 未補強預力混凝土 T 形梁裂縫分析

T 形長梁及短梁於不同之初始預力量，達極限載重繪製出的混凝土裂縫圖如【圖 23】、【圖 24】。比較 T 形長梁與短梁於相同初始預力量下之構件裂縫圖形，可明顯看出 T 形長梁之跨徑中點梁底出現較多之裂縫點，該現象為長梁之破壞模式主要由彎矩造成之撓曲開裂所控制；施加的預力越大，提供 PC 梁抵抗彎矩的能力越強，因此梁中央底部出現裂縫點越少。另 T 形短梁於支承位置及預力鋼絞線錨定位置之裂縫點，顯著多於長梁，主因屬剪拉力破壞形式；隨著初始預力量之增加，梁中點位置之裂縫數量明顯減少，但支承端裂縫數量則相對增加，顯示未補強預力構件隨著有效預力增加可提升整體構件之勁度及極限承載能力。

6.2 預力混凝土 T 形梁底面補強裂縫分析

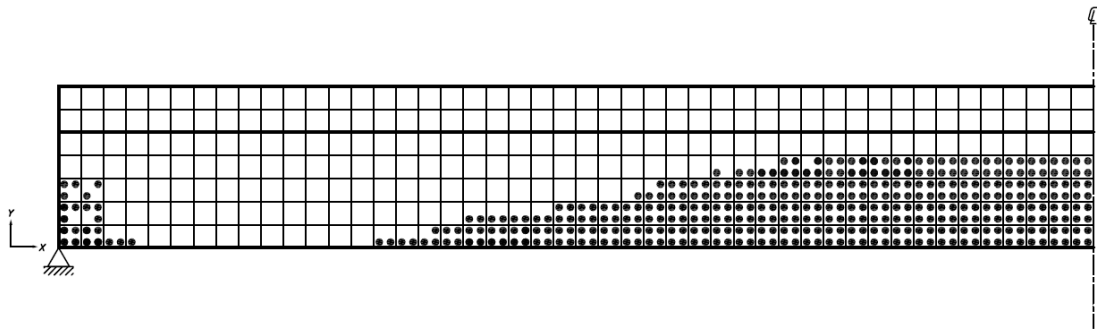
T 形預力混凝土長梁，在不同初始預力

$0.2\sigma_p$ 及 $1.0\sigma_p$ 下，梁底使用複合疊層材料補強 4 層，FRP 纖維角度為 0 度時，極限載重下之應力裂縫圖如【圖 26】、【圖 27】。與未補強之 T 形預力混凝土長梁裂縫圖比較，經底面補強後之裂縫積分點數量明顯增加，由此驗證複合材料補強梁底面，可使 PC 梁構件承受更大的極限破壞彎矩；當施加之初始預力越高，則構件極限載重會越高，由裂縫圖觀察，當初始預力量為 $0.2\sigma_p$ 時裂縫積分點集中在梁中點底面，主要為彎矩破壞造成構件失敗；而初始預力量達到 $1.0\sigma_p$ 時，除了在梁中點底部外，支承點附近與預力錨定區的裂縫點明顯增加，此為彎矩與剪力聯合破壞模式。

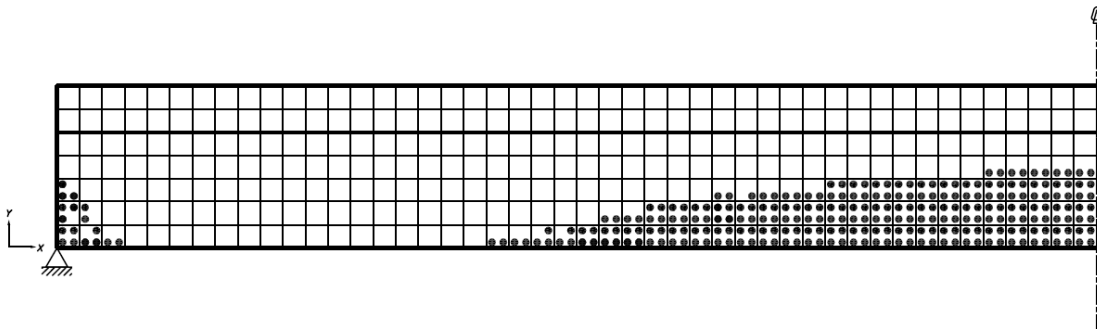
T 形預力混凝土短梁，在不同初始預力 $0.2\sigma_p$ 及 $1.0\sigma_p$ 下，梁底使用複合疊層材料補強 4 層，FRP 纖維角度為 0 度時，極限載重下之應力裂縫圖如【圖 28】、【圖 29】。對於短梁，初始預力量為 $0.2\sigma_p$ 時中點底面延伸到支承附近的裂縫點相當多，當初始預力達 $1.0\sigma_p$ 時，梁底中點的裂縫積分點數量明顯減少，反而於支承點與預力鋼絞線錨定區的裂縫點數量增加且往斷面中性軸延伸，但由於複合材料底面補強使整體 PC 構件勁度增加，不至於造成支承與錨定區剪力破壞，確保彎矩容許載重高於剪力容許載重，避免結構無預警脆性破壞發生。

6.3 預力混凝土 T 形梁腹版側面補強裂縫分析

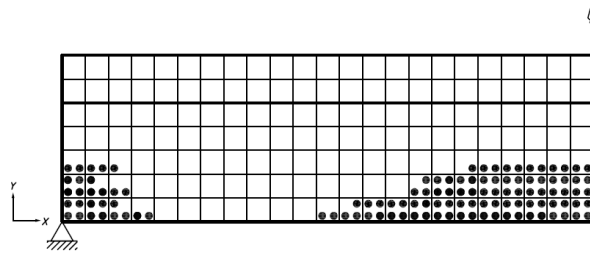
【圖 36】、【圖 37】為 FRP 梁腹側面補強 4 層、纖維角度為 0 度及 45 度時，極限均佈載重下之 T 形預力混凝土長梁及短梁最終裂縫圖形。



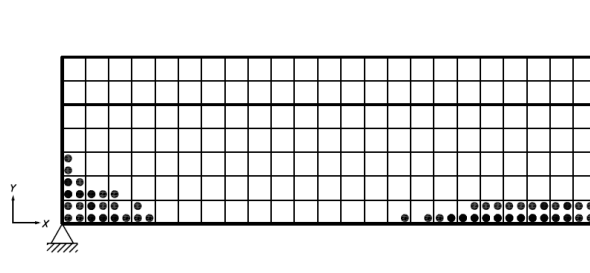
【圖 36_A】LS_T_Long_1P_4N_0 側面補強 PC 長梁應力裂縫圖 ($\theta = 0^{\circ}$)



【圖 36_B】LS_T_Long_1P_4N_45 側面補強 PC 長梁應力裂縫圖 ($\theta = 45^{\circ}$)



【圖 37_A】LS_T_Short_1P_4N_0 側面補強 PC 短梁應力裂縫圖 ($\theta = 0^{\circ}$)



【圖 37_B】LS_T_Short_1P_4N_45 側面補強 PC 短梁應力裂縫圖 ($\theta = 45^{\circ}$)

將上述側面補強裂縫圖與未補強 PC 梁圖形相較，裂縫積分點由結構下緣明顯往斷面中性

軸方向增加，顯示複合材料側面補強可增加預力構件抵抗剪力破壞能力。比較相同初始預力量

相同 FRP 補強疊層數下，當纖維角度為 0 度時，預力構材可承受之裂縫積分點數量比 FRP 纖維角度為 45 度時較多，即具有較佳之抵抗彎矩及剪力成效。

七、結論

綜觀採用數值方法對於預力混凝土 T 形梁補強分析成果，經與文獻實驗數據驗證，確立本文所使用之複合材料組成律導入分析模型中，應為合理且準確之複合材料補強預力混凝土構件之分析模式。根據本文數值分析之不同參數改變，主要之趨勢與成果如下：

- (1) 對於未補強之預力混凝土構件，T 形長梁的結構勁度與極限載重均比短梁要小許多，因長梁抵抗彎矩的能力比短梁為差。但隨著初始預力量增加，長梁之極限載重成長較短梁明顯；如長梁分析模型 T_Long_1P 極限載重 94.85MPa 比 T_Long_02P 極限載重 63.13MPa 要高出約 50.2%；短梁分析模型 Short_1P 極限載重 203.30MPa 比 Short_02P 極限載重 180.10MPa 僅高出約 12.9%。
- (2) 複合材料補強梁底面時，預力混凝土 T 形梁的結構勁度會隨著 FRP 層數增加而漸增；當補強材料層數增加時，預力構件可以承受的均佈載重越大，補強的效果越好。FRP 補強材料黏貼 1 層時，極限載重增加率最為明顯，隨著黏貼層數加增則補強效果漸趨緩，如長梁分析模型 BS_T_Long_1P 當 N=1 時極限應力增率約為 43.0%，當 N=4 時極限應力增率約為 95.3%；短梁分析模型 BS_T_Short_1P 當 N=1 時極限應力增率約為 224.0%，當 N=4 時極限應力增率約為 396.0%；顯示補強預力構件梁底時，短梁較長梁之極限載重成長明顯。
- (3) 複合材料補強梁腹兩側，以 FRP 不同之黏貼纖維角度為變化參數時，角度為 0 度時，即平行 PC 構件中預力鋼絞線之軸向，均比其他

角度提供更佳之補強成效；隨著角度的增加，結構之勁度逐漸變小，預力梁的極限強度也隨之降低。該現象與文獻所載補強鋼筋混凝土時不同 [27]，補強 RC 構件時 FRP 纖維角度 45 度時為最佳補強角度；但補強 PC 構件時，因為預力鋼絞線材料降伏應力遠高於鋼筋之降伏應力，故預力混凝土構件補強之最佳纖維角度，應以預拉力之主應力方向一致。

- (4) 比較梁底補強和梁腹側面的差異，以 FRP 補強黏貼層數 N=4、纖維黏貼角度為 0 度時，初始預力由 $0.2\sigma_p$ 增加至 $1.0\sigma_p$ ；T 形長梁底面補強的極限載重增加率約在 95.3%~141.4%之間，側面補強的極限載重增加率約在 89.2~106.5%之間；T 形短梁底面補強的極限載重增加率約在 318.6~396.0%之間，補強側面的極限載重增加率在 163.9~173.7%之間。對於增加整體預力構件之抵抗彎矩能力，以 FRP 補強梁底效果均比補強梁腹側面較優，且短梁的補強效果均較長梁為佳。
- (5) 由 T 形預力混凝土長梁與短梁的底面補強裂縫分析，於相同之初始預力條件，當底面補強 FRP 層數增加時，裂縫積分點會由構件中點底面往支承點方向延伸，但由結構下緣往中性軸方向無明顯增加；即當複合材料底面補強層數增加時，會增加對預力構件整體抵抗彎矩能力，但卻無法有效增加其抵抗剪力破壞能力。
- (6) 採複合材料側面補強時裂縫分析，於相同初始預力量和相同補強疊層數下，FRP 纖維角度為 0 度時，預力構材可承受之裂縫點數量比 FRP 纖維角度為 45 度時較多，且裂縫積分點由底面往中性軸方向有增加趨勢，即最佳之 FRP 纖維角度補強，可使 PC 構件斜拉裂縫較為平緩，故裂縫貫穿路徑較長，路徑上經過之腹筋數較多，可提昇構件整體之抗剪能力。

參考文獻

1. Alagusundaramoorthy P., Harik I. E., and Basunbul I. A., "Flexural Behavior of RC Beams Strengthened with Carbon Fiber Reinforced Polymer Sheets or Fabric," *Journal of Composite for Construction*, 7(4), pp. 292-301 (2003) .
2. Meier U., Kaiser H., "Strengthening of structures with FRP laminates," In Proc. ASCE Specialty Conference on Advanced Composites Material in Civil Engineering Structures, ASCE, New York, NY, pp. 224-232 (1991) .
3. Sharif A, Al-Sulaimani GJ, Basunbul IA, Baluch MH, Ghaleb BN., "Strengthening of initially loaded reinforced concrete beams using FRP plates," *ACI Structure Journal*, 91 (2) , pp. 160-167 (1994) .
4. X. W. Zou, "Flexural Behavior and Deformability of Fiber Reinforced Polymer Prestressed Concrete Beams," *Journal of Composites for Construction*, 11, pp. 275 (2003) .
5. Jeremy M. Gilstrap, Chad R. Burke, Daniel M. Dowden, and Charles W. Dolan, "Development of FRP Reinforcement Guidelines for Prestressed Concrete Structures," *Journal of Composites for Construction*, 11, pp. 131 (1997) .
6. Larson KH, Peterman RJ, Rasheed HA., "Strength-fatigue behavior of fiber reinforced polymer strengthened prestressed concrete T-beams," *Journal Compos Construct*, 9 (4) , pp. 313-326 (2005) .
7. Abaqus, Inc. Abaqus Analysis User's Manuals and Example Problems Manuals, Version 6.8 Providence, Rhode Island ; (2008) .
8. Hu H-T, Lin F-M and Jan Y-Y., "Nonlinear Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Beams Strengthened by Fiber-Reinforced Plastics," *Composite Structures*, 63(3/4), pp. 271-281 (2004) .
9. Hu H-T, Lin F-M, Liu H-T, Huang Y-F and Pan T-C, "Constitutive Modeling of Reinforced Concrete and Prestressed Concrete Structures Strengthened by Fiber Reinforced Plastics," *Journal of Composite Structures*, 192(7) , pp. 1640-1650(2010) .
10. ACI Committee 318. Building Code Requirements for Reinforced Concrete . Detroit, Michigan : American Concrete Institute ; (2005) .
11. ASCE Task Committee on Concrete and Masonry Structure. State of the art report on finite element analysis of reinforced concrete. ASCE ; (1982) .
12. Lin W-P, Hu H-T., "Nonlinear Analysis of Fiber-Reinforced Composite Laminates Subjected to Uniaxial Tensile Load," *Journal of Composite Materials*, 36 (12) , pp. 1429-1450 (2002) .
13. Lin W-P, Hu H-T, "Parametric Study on the Failure of Fiber Reinforced Composite Laminates under Biaxial Tensile Load," *Journal of Composite Materials*, 36 (12) , pp. 1481-1504 (2002) .
14. Kupfer H, Hilsdorf HK, Rusch H., "Behavior of concrete under biaxial stresses," *ACI Journal*, 66 (8) , pp. 656-666 (1969) .
15. Lin T-Y, "Strength of Continuous Prestressed Concrete Beams under Static and Repeated Loads," *ACI Journal*, pp. 10 (1955) .
16. Hu H-T, Schnobrich WC., "Nonlinear analysis of cracked reinforced concrete," *ACI Structure Journal*, 87 (2) , pp. 199-207 (1990) .
17. Saenz LP., "Discussion of Equation for the stress-strain curve of concrete by Desayi P, and Krishnan S.," *ACI Journal*, 61 (9) , pp.

- 1229-1235 (1964) .
18. Hu H-T, Schnobrich WC., "Constitutive modeling of concrete by using nonassociated plasticity," *Journal of Mater Civil Eng (ASCE)*, 1 (4) , pp. 199-216 (1989) .
19. Jones RM, Morgan HS, "Analysis of nonlinear stress-strain behavior of fiber reinforced composite materials," *AIAA Journal*, 15 (12) , pp. 1669-1676 (1977) .
20. Hahn HT, Tsai SW., "Nonlinear elastic behavior of unidirectional composite laminate," *Journal of Compos Mater*, 7 (1) , pp. 102-118 (1973) .
21. Tsai SW, Wu EM., "A general theory of strength for anisotropic materials," *Journal of Compos Mater*, 5 (1) , pp. 58-80 (1971) .
22. Narayanaswami R, Adelman HM., "Evaluation of the tensor polynomial and Hoffman strength theories for composite materials," *Journal of Compos Mater*, 11(4) , pp. 366-377 (1977) .
23. Shahawy MA, Beitelman T, Arockiasamy M, Sowrirajan R., "Experimental investigation on structural repair and strengthening of damaged prestressed concrete slabs utilizing externally bonded carbon laminates," *Compos Part B*, 27 (3/4) , pp. 217-224 (1996) .
24. Shahawy MA, Arockiasamy M, Beitelman T, Sowrirajan R., "Reinforced concrete rectangular beams strengthened with FRP laminates," *Compos Part B*, 27 (3/4) , pp. 225-233 (1996) .
25. Mosallam AS, Mosallam KM., "Strengthening of two-way concrete slabs with FRP composites laminates," *Construction and Building Materials*, 11, pp.43-54 (2003) .
26. Kim YJ, Shi C, Green, MF, "Ductility and cracking behavior of prestressed concrete beams strengthened with prestressed FRP sheets," *Journal of Composites for Construction*, 12, pp. 274-283 (2008) .
27. 林福銘, 「纖維複合疊層材料補強鋼筋混凝土版之數值模擬」, 博士論文, 國立成功大學土木工程研究所, 台南 (2005) .
28. 劉欣婷, 「預力混凝土材料組合律之數值模擬」, 碩士論文, 國立成功大學土木工程研究所, 台南 (2005) .
29. 黃郁棻, 「複合材料補強預力混凝土版之研究」, 碩士論文, 國立成功大學土木工程研究所, 台南 (2008) .
30. 林子淑, 「複合材料補強預力混凝土梁之非線性有限元素分析」, 碩士論文, 國立成功大學土木工程研究所, 台南 (2009) .